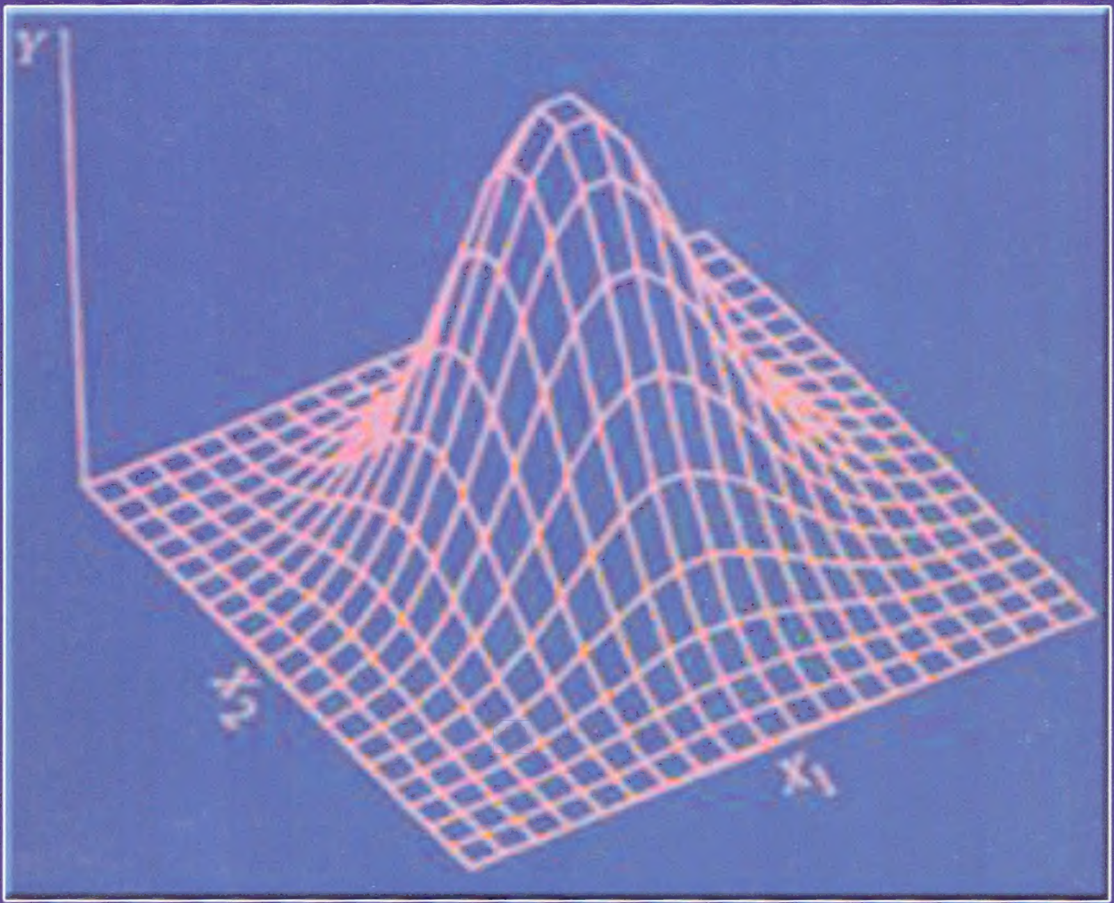
بنەماکانی زانستی ئامار

منتدى إقرأ الثقافي
www.iqra.ahlamontada.com



د. تەها حوسێن عەلی
د. سەردار عوسمان باداوەیی

چاپی دووەم 2015

بنەماکانی زانستی ئامار

د. تەها حوسێن عەلی
د. سەردار عوسمان خدر باداوەیی

چاپی سێیەم 2015

ناسنامەی کتێب

ناوی کتێب :ـ بنەماکانی زانستی ئامار

نووسەر :ـ د. تەها حوسێن عەلی، د. سەردار عوسمان خدر باداوەیی

پێداچوونەوەی زمانەوانی: د. نەریمان خۆشناو

پیتچنین: بیشار سەردار

نەخشەسازی بەرگ:

تیراژ:(1000) دانە.

نۆبەتی چاپ :ـ چاپی سێیەم 2015

شوێنی چاپ :ـ چاپخانەی هیڤی ـ هەولێر

لە بەڕێوەبەرایەتی کتێبخانە گشتییەکان

ژمارەی سپاردنی (2441) ی ساڵی 2011 ی پێدراوە.

مافی لە چاپدان و لەبەرگرتنەوەی پارێزراوە بۆ هەر دوو نووسەر.

بسم الله الرحمن الرحيم

ذَلِكَ الَّذِي يُبَشِّرُ اللَّهُ عِبَادَهُ الَّذِينَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ قُل لَّا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ أَجْرًا إِلَّا الْمَوَدَّةَ فِي الْقُرْبَى وَمَن يَقْتَرِفْ حَسَنَةً نَّزِدْ لَهُ فِيهَا حُسْنًا إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ شَكُورٌ

سورة الشورى

الاية (23)

پێشکەشە بە :

*گیانی پاکی سەروەری مرۆڤایەتی پێغەمبەرمان (محمد) (درودی خوای لە سەر بێت).

*بە هەموو ئەو کەسانەی شەونخوونی دەکەن لە پێناو بە دەستهێنانی زانست و زانیاری بۆ خزمەت کردنی وولاتەکەیان.

*بە مامۆستای قۆناغە جیاجیاکانی خوێندنمان.

نووسەران

پێشەکی

سوپاس بۆخودای گەورەو دوردی خواش لەسەر پێغەمبەری مەزنمان .ئاشکرایە بنەماکانی ئابووری بەیەکێك لەبابەتە گرنگەکان دادەنرێت ، کەبەدەروازەی بنەرەتی زانستی ئامار ولقە پێشکەوتووەکانی دادەنرێت، لەهەمان کاتدا ئامرازێکە بەکارهێنراوە لەزۆربەی زانستە جۆراوجۆرەکان لەبواری پراکتیکی دا بەکاردەهێنرێت. لەسەر ئەو بنچینەیەدا ئەم کتێبەی بەردەستی بەرێزتان شێوازی ئاماریی سادەو لەهەمان کاتدا گرنگی لەخۆگرتووە ، کە بەوانەی بنەرەتی و پرۆگرامی خوێندنی ئاماریی دەستپێك دادەنرێت، پێش ئەوەی بچینە نێو شێوازی ئاماریی پێشکەوتوو ، کە لە قۆناغە پێشکەوتووەکانی بەشی ئامار دەخوێندرێت، سەرباری ئەوەی لە لقە جیاجیاکانی بەشی کارگێڕی و ئابووری و ژمێریاری و زانستە دارایی و بەنکییەکان دەخوێندرێت، کەهەوڵ دراوە پشت بەلایەنی پراکتیکی ببەسترێت ، ئەویش لەمیانەی پێشکەش کردنی ژمارەیەك نموونەی ئابووری و کارگێڕی و لەهەمان کاتدا دووركەوتنەوە لەلایەنی تیۆری و ماتماتیکی ، کە گرنگی ئەوتۆی بۆ بەشە زانستیەکانی تر نییە(بێجگە لەبەشی ئامار نەبێت) بۆقوتابی و توێژەران، کەڕەنگە ببێتە بارگرانی لەسەرقوتابی و گرنگی لەسەر لایەنی زانستی و پراکتیکی لاواز بکات، لەگەڵ لەبەرچاوگرتنی ماوەی خوێندنی ئەو بەشانە بۆ وانەی ئامار . هەروەها دەتوانرێت ئەو شێوازە ئامارییانە وەك پرۆگرامی خوێندن یان شێوازی ڕوون کردنەوە بۆتوێژەران لەبواری زانستەکانی دیکە بەکاردەهێنرێت، وەك زانستی پزیشکی، ئەندازەیی ، ماتماتیکی ، کۆمەڵناسی ، فەلسەفە، کیمیا، جوگرافیا،...هتد.ئەم کتێبە زمانی ئامارێکی ئاسانی بەکارهێناوە، کەتایبەتە بەوقوتابیانەی کەزانستی ئامار دەخوێنن ، هەرلەم کتێبەدا پاشکۆیەك ئامادەکراوە، کەگرنگترین زاراوە زانستییە بەکارهێنراوەکانی تێدا پێشکەش کراوە، لەهەمان کاتدا کورتەی گرنگترین پێوەرە ئامارییە بەکارهێنراوەکانیشی لەخۆ گرتووە، سەرەڕای ئەمانەش ئەم کتێبە بەیەکەم کتێبی بنەماکانی زانستی ئاماردادەنرێت، کەبەزمانی

کوردی پێشکەش بەقوتابیانی بەڕێزی زانکۆو پەیمانگاکانی هەرێمی کوردستان کراوە.لەکۆتاییدا هیواخوازین ئەم کتێبە جێگای بایەخ و ڕازەمەندی قوتابیان و مامۆستایان بێت، لەگەڵ ئەوەی چاك دەزانین کەئەم کتێبە پێویستی بەتێبینی و پێشخستن هەیە لەلایەن مامۆستاو قوتابیانەوە بۆ ئەوەی لایەنی لاوازی کەم بکرێتەوە، چونکە ئێمە باش دەزانین کە کامڵ بوون تەنیا بۆخودای گەورەیە .

﴿ وأما الزيد فيذهب جفاء وأما ماينفع الناس فيمكث في الأرض ﴾

د.تەها حوسین عەلی
بەشی ئامار
کۆلیژی کارگێری و ئابووری
زانکۆی سەلاحەددین/ هەولێر

د.سەردار عوسمان خدر
بەشی ئابووری
کۆلیژی کارگێری و ئابووری
زانکۆی سەلاحەددین/ هەولێر

ناوەرۆک

لاپەڕە	بابەت
11	**بەشی یەکەم – چەمکی ئامار Concept of statistic**
13	زانستی ئامار
14	قۆناغەکانی پرۆسەی ئامار
15	پۆلێن کردنی زانستی ئامار
16	ئاماری باسەنی
16	ئاماری خوێندنەوەی
16	داتا ئامارییەکان
18	کۆمەڵگای ئاماری
19	بژاردە
20	دیارکردنی قەبارەی بژاردە
20	ڕێگاکانی بژاردەکردن
25	ڕاهێنانی بەشی یەکەم
27	**بەشی دووەم -ڕیزبەندی و خستنەڕووی داتاکان Data Tabulation and Presentation**
29	ڕیزبەندی و خستنەڕووی داتاکان
36	دابەشکردنی دووبارەیی
37	دابەشکردنی دووبارەیی ڕێژەیی
38	دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوە
43	خستنەڕووی بەیانی بۆ داتاکان
43	پلیکانی دووبارەیی

فره گۆشەی دووبارەیی	45
چەماوەی دووبارەیی	48
چەماوەی دووبارەیی کۆکراوە	50
ستوونی بەیانی	56
بازنەی بەیانی	61
هێڵی بەیانی	63
ڕاهێنانی بەشی دووەم	65
بەشی سێیەم- هێما و زاراوە ماتماتیکییەکان Notations	67
2.3:– هێمای کۆکردنەوە	69
3.3 :– هێمای جاران	75
ڕاهێنانی بەشی سێیەم	79
بەشی چوارەم- پێوانەکانی ناکۆکی ناوەندی Measures of Central Tendency	81
نێوەنجی هەژمارکردن	82
نێوەنجی هەژمارکردن کێشکراو	89
نێوەنجی هاوکۆکی	92
نێوەنجی دووجایی	95
نێوەنجی ئەندازەیی	97
مەنوال	100
ناوەڕاست	103
ڕاهێنانی بەشی چوارەم	109

بەشی پێنجەم- پێوانەکانی پەرشوبڵاوی Measures of Variation	113
مەودا	115
لادانی نێوەنج	117
لادانی چارەگی	119
لادانی پێوەرکاری	122
جیاکاری	127
هاوکۆلکەی پەرشوبڵاوی	129
چەماوەی شکانەوە و پلەی جوڵاوی	131
ڕاهێنانی بەشی پێنجەم	134
بەشی شەشەم- شیکردنەوەی پێکەوەلکان Correlation Analysis	135
هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە	137
هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی ڕیزبەندی سپێرمان	143
هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی بەشەکی	147
هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی فرەیی	151
پێکەوەلکان لە نێوان خەسڵەتەکان	157
هاوکۆلکەی هاوکۆك	157
هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون	159
ڕاهێنانی بەشی شەشەم	162
بەشی حەوتەم- شیکردنەوەی لاریبوون Regression Analysis	165
ئامانجی شیکردنەوەی لاریبوون	167
لاریبوونی هێڵی سادە	169

هاوكۆلكەی دیاریكردن	179
هەڵەی پێوەركاری	182
لاریبوونی هێڵی فرەیی	186
هاوكۆلكەی دیاریكردن بۆ لاریبوونی هێڵی فرەیی	192
هەڵەی پێوەركاری بۆ لاریبوونی هێڵی فرەیی	194
ڕاهێنانی بەشی حەوتەم	202
سەرچاوەكان	205
پاشكۆكان	209
پاشكۆA – زاراوە زانسییەكان	209
پاشكۆ B – دەقە ئامارییەكان	220

بەشی یەکەم

چەمکی ئامار

Concept of statistic

1.1 : زانستی ئامار:

زانستی ئامار هەر لەکۆنەوە ناسراوە،بە ژماردن لەلایەن میژونووسی یۆنانی (هیرۆدۆتس) کراوە،ئەویش لەساڵی (480)ی پیش زایین، کاتێك یەکیك لەسەرکردەکانی سوپا رێگایەکی سەرەتایی و سادەی بۆ زانینی ژمارەی سوپاکەی پەیرەو کردووە.هەروەها لە قورئانی پیرۆز، لەزۆر شوێندا ئاماژە بەلایەنی ئامارەوە دراوە بەتایبەتی پرۆسەی ژماردن، هەروەکو خودای گەورە دەفەرمووێت(لقد احصاهم وعدهم عدا) بەهەمان شێوە لەژیاننامەی پێغەمبەرمان محمد(دروودی خوای لەسەر بێت) نموونەیەکی جوان لەبارەی پرۆسەی سەرژمێری یان ژماردن هەیە ئەویش ئەوکاتەی پێغەمبەرمان مەزندەیەکی ووردی بۆژمارەی سوپای قورەیشیەکان لەجەنگی بەدردا کرد،ئەویش ئەوکاتەی زانی قورەیش رۆژانە(9)حوشتر لەدەست دەدات.

ووشەی ئامار (STATISTICS) داتاشراوە لە ووشەی لاتینی (STATUS) ،یان لەووشەیەکی ئیتالیەوە(STATISTA)،یاخود ووشەیەکی ئەڵمانییە (STATISTIK)هەر هەمووشیان مانای ڕاستەقینە و زانیاری لەسەر دەوڵەت دەداتە دەستەوە(POLITICAL STATE) ئەمەو ئەو چەمکە بۆ کۆکردنەوەی زانیاری تایبەت بەتاکەکانی کۆمەڵگا بەکاردەهێنرێت،بەمەبەستی پێکهێنانی بیرۆکەی هێزی کار،هەروها پێکهینانی بنکەی زانیاری ،کەلەمیانەیدا دەتوانرێت دەوڵەت باجی پێ بسەپێنێت، تا دۆخی دارایی خۆی بەهێز بکات.

کەواتە ئامار بریتییە لە(لێکۆڵینەوە لە خەسڵەتەکانی کۆمەڵگاو پێکهێنانی دەرەنجامەکان لەبارەی کۆمەڵێکی گەورە لە داتاکان ،ئەویش کاتیك بەشێکی بچووك لە داتاکان بەدەست دەهێنرێت).

هەروەها دەتوانرێت ئامار بەوە پێناسە بکرێت کە بریتییە (لەشێوازێك یان ئامرازێك،کە لەمیانەیدا دەتوانرێت راستیەکان و زانیارییەکان کۆبکرێتەوەو بەشێوەی ژمارەیی دابرێژرێت یان مەزندە بکرێت بەپێی ئاستێکی گونجاو لەوردەکاری،وکۆکردنەوەی راستی و زانیارییەکان بەشێوەی خولی رێکخراو بۆ مەبەستی دیاریکراوی پێشوو،بەهەمان شێوە رێکبخرێت کە پەیوەندی لەنێوانیان ڕوون بکرێتەوە).

بەکورتی دەتوانرێت زانستی ئامار بەوە پێناسە بکرێت،کەبریتییە لە (زانستی مەزەندەو

ئەگەرەکان)هەروەها زانستی ئامار بەوە پێناسە دەکرێت،کەبریتییە (لەو زانستەی،کە گرنگی بەدابین کردنی ڕاستیە ژمارەییەکانی دیاردە جۆراوجۆرەکان دەدات،دوای ئەوە ڕێکیان دەخات و دەیانخاتە ڕوو،ئینجا شیان دەکاتەوە بەمەبەستی دەرەنجامی دیاری کراوی وورد،بەئامانجی تێگەیشتن لەدیاردەکان لەلایەك و لەلایەکی دیکە پێشکەش کردنی پێشنیاری جۆراو جۆر بۆ بەدواداچوونی ئاراستەی ئایندەی ئەو دیاردانە).ئامار لە زۆر بوار بەکاردەهێنرێت وەك زانستی بایۆلۆژی،وپزیشکی،وکشتوکاڵی، وئابووری،وکارگێڕی،وکۆمەڵناسی،ودەروونناسی،وڕەگەزناسی،وپیشەسازی،وکیمیاو،وەرز شی و......هتد.

2-1 :-قۆناغەکانی پرۆسەی ئامار:-قۆناغەکانی پرۆسەی ئامار لەمانەی خوارەوە پێك دێت:

1-)**کۆکردنەوەی داتاکان:**-بریتییە لەزانیاری سەرەتایی ژمارەیی کەدەتوانرێت بەدەست بهێنرێت، لە سەرچاوەکانی حکومەت یان کەرتی تایبەت یاخود لەڕێگای ئەنجامدانی ڕاپرسییەوە، یان دیاریکردنی بژاردەوە بەبێ ئەوەی پێویستی بە وەرگرتنی هەموو زانیارییەکان بکات.

2)**ڕێکخستنی داتاکان:**- ئەو داتایانەی کە بەدەست دەهێنرێت، لەڕێگای خشتەی ئاماری یان شێوەی هێڵکاری ڕێکدەخرێت، بە مەبەستی چارەسەری ماتماتیکی و ئاسانکاری سەیرکردن و زانینی هەندێك ئاماژەی سەرەتایی.

3)**چارەسەری ماتماتیکی:**-لەڕێگای چارەسەری داتاکان بە شێوەی ماتماتیکی،ئەویش بەمەبەستی دەرهێنانی دەرەنجامی ژمارەیی(ئاماژە ئامارییەکان)، وەك: پێوەرەکانی ناکۆکی ناوەندی، یان پرشوبڵاوی یاخود هاوکۆلکەکانی پێکەوەلکان.....هتد.

4)**شیکردنەوەی دەرئە نجامەکان:**-ئەوەش بە گرینگترین پرۆسەی ئامار دادەنرێت و بەبێ ئەم هەنگاوەش دەرئەنجامەکان ژمارەیی دەبن و مانای نابێت، بۆیە ڕاڤەکردن جۆرێك لە ئەمانەت و ڕاستگۆیی و نەبوونی تەحییز و شارەزایی تەواوی لەبابەتی توێژینەوە دەبێت، هەروەها زانستی ئامار سێ ئاراستەی هەیە،کە هەریەکەیان ئەویتر تەواو دەکات:-

1)**ڕێگای ئاماریی:**- (STATISTICAL METHOD) ئەو ڕێگایە بریتییە لە چۆنیەتی دیاریکردنی بژاردە(SAMPLE)، دوای ئەوە کۆکردنەوەی داتاکان و لێکۆڵینەوە لە داتا

ماتماتیکییەکان و گەیشتن بە دەرئەنجامی داتاکان، کەواتە بریتییە لە کۆمەڵێك شێواز و هاوکێشەی ماتماتیکی و یاسا و ڕێوشوێنەکان، کە یارمەتیمان دەدات بۆ توێژینەوە لە هەر بابەتێکی ئاماری و پراکتیزەکردنی لە بوارە جۆربەجۆرەکانەوە.

2)**تیۆری ئاماری:**-(STATISTICAL THEORY) بریتییە لەبناغەی زانستی،کەلەڕێگای ئاماری و تیۆرەکان پشتی پێ دەبەستن،کە ڕاڤەی هاوکێشەو یاساو شێوازەکان دەکات،لە ئامار بەکاردەهێنرێت و لەگەڵ چۆنیەتی داتاشین و بەدەست هێنانی بەشێوەی کۆتایی ئاشکرای ئامارییەوە.

3)**ئاماری بەجێهێنان:**-(APPLIED STATISTICS)بریتییە لە پراکتیزەکردنی ئامرازەکانی ئامار لە بواری دیاریکراودا،ئەمەش پێویستی بەشارەزایی لەڕێگاکانی ئامارەوە هەیەو لەگەڵ ئارەزووی گەورە لە بواری توێژینەوەدا، وەك بوارەکانی(ئابووری،کارگێری،پیشەسازی،پەروەردە،کۆمەڵناسی.........هتد

1-3:- پۆلێن کردنی زانستی ئامار:

-دەتوانرێت ئامار بۆ دوو بەشی سەرەکی پۆلێن بکەین:-

1)**ئاماری باسەنی**(DESCRIPTIVE STATISTIES) هەموو شتێك گرنگی بە پرۆسەی کۆکردنەوەو شیکردنەوەو ڕاڤەکردن و نوێنەربوونی داتاکان دەدات، هەموو ئەمانەش بۆ زانستی ئامار دەگەڕێتەوە، وەك هەژمارکردنی تێکڕای خەرجی مانگانەی خێزان یان کۆکردنەوە و خستنەڕووی داتاکانی ڕووداوی کۆمەڵایەتی، وەك ژنهێنان و تەڵاقدان، یان بۆزانینی ڕای کۆمەڵگا لەبارەی گیروگرفتێکی دیاری کراوەوە، ئەویش لەمیانەی ئەنکێتی پرسینەوەدا، هەتا دەتوانرێت لێکۆڵینەوە لە یاساکانی ڕێککای ڕەفتاری نیوترۆنەکان و ئەلکترۆنەکان بکرێت. لەسەر ئەم بنچینەیەدا ئاماری باسەنی بەکاردەهێنرێت بۆ باسکردنی ڕاستییەکان و گۆڕینی بۆ ژمارەو خستنەڕووی شێوەی گونجاو، ئەویش بەبەکارهێنانی خستنەڕووی داتاکانەوە (GRAPHIC PRESENTATION) ، کە گوزارشت لە داتا ئامارییەکان دەکات،ئەویش لەمیانەی خشتەکان یان نەخشەکان یاخود شێوە هێڵکارییەکان، بە ئامانجی پێدانی وێنەیەکی گشتی لەبارەی ئاراستەی دیاردەیەك، لەو شێوە هێڵکاریانەش (ستوونی لاکێشەکان،چەماوەکان،بازنەکان....هتد)دێت. هەروەکو دەگوترێت، کە شێوەیەکی

هێڵکاری لە ڕوونکردنەوەی دیاردەیەکدا دەوڵەمەندترە لەهەزار ووشە. لەلایەکی دیکەدا ئاماری باسەنی بریتییە لە لێکۆڵینەوەی ماتماتیکی، کە لە ڕێگایەوە دەتوانرێت هەژماری هەندێك لە ئامانجەکانی ئامار بکرێت، وەك پێوەرەکانی ناکۆکی ناوەندی ،وەك ناوەندی هەژمارکردن ،ناوەڕاست، ژمارە زۆر دووبارەبووەوەکان....هتد.هەروەها پێوەرەکانی پەرشوبڵاوی وەك مەودا،لادانی پێوانەیی،جیابوونەکان....هتد،سەرباری پێوەرەکانی پەیوەندی نێوان دوو دیاردە، یان زیاتر، وەك هاوکۆلکەی پێکەوەلکان....هتد.

2)**ئاماری شیکردنەوە:-**(INFERENCE STATISTICAL)ئاماری شیکردنەوەیی گرنگی بە بژاردەی کۆمەڵگای توێژینەوە دەدات، بۆ ئەمەش ئەمانەی خوارەوە بەکاردەهێنرێت:-

أ)**مەزندەکردن:-**(ESTIMATION)دەتوانرێت بژاردەی کۆمەڵگای توێژینەوە لەمیانەی مەزەندەکردنی خاڵی (POINT ESTIMATION) ئەنجام بدرێت، وەك مەزەندەی تێکرای کۆمەڵگا لەمیانەی مەزندەی ناوەندی هەژمارکردن یان مەزەندەکردنی یەك ژمارەدا بۆ (INTERVAL ESTIMATION) بژاردەی کۆمەڵگای توێژینەوەکە بکرێت، سەرباری مەزەندەکردنی ماوەیی ئەویش لەشێوەی ماوەی نێوان ڕادەی بەرزو ڕادەی نزمدا بە پلەی متمانە یان ئەگەرێکی دیاریکراوەوە،کە دەکەوێتە نێوان ئەو دوو ماوەیە.

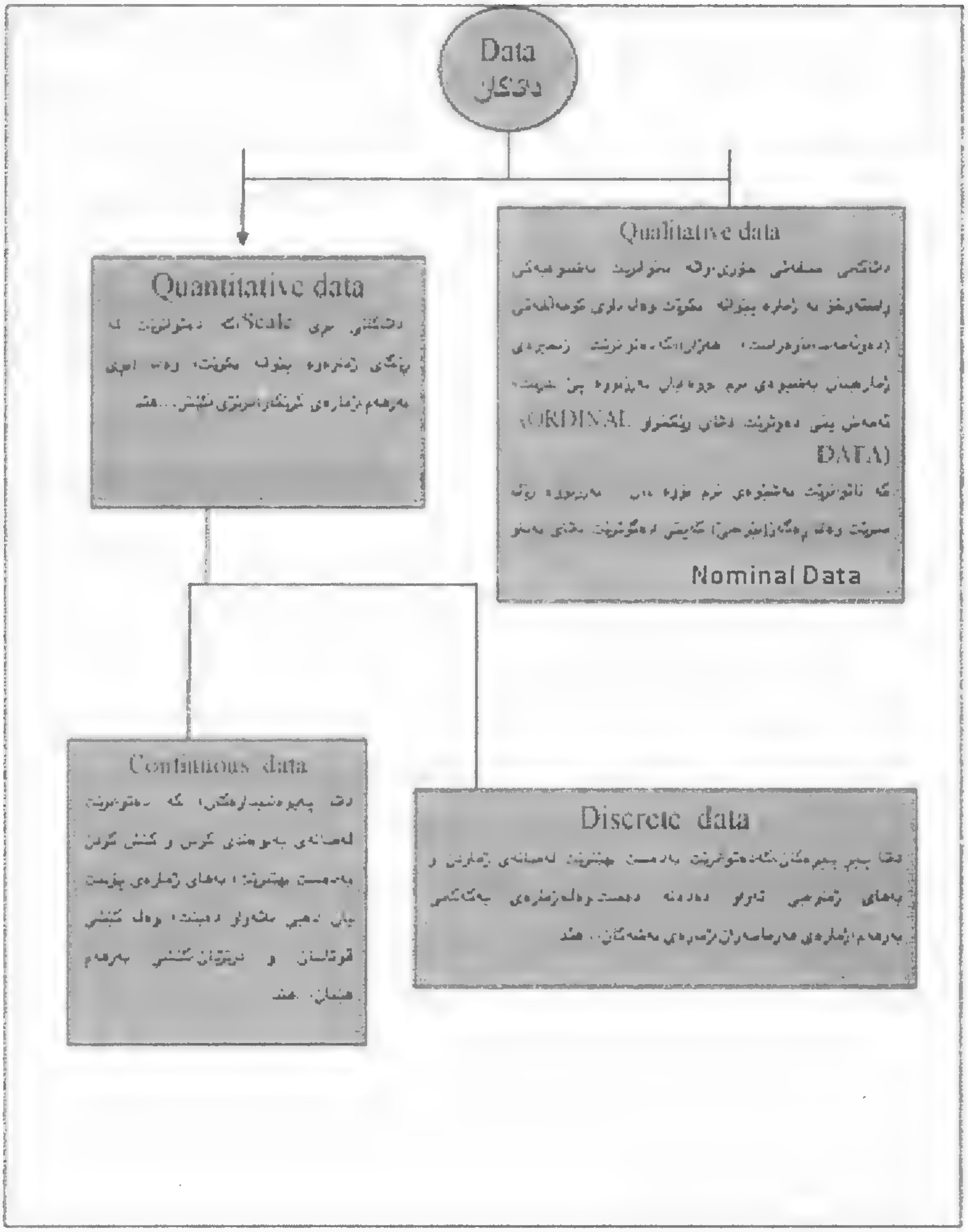
ب)**ئەزموونی گریمانەکان:-** (TEST OF HYOTHESIS)واتە بەکارهێنانی داتاکان، کە کۆکراوەتەوە لە کۆمەڵگا لەڕێگای بژاردەوە و لەگەڵ ئامانجەی ئاماری مەزەندەکراو لەبارەی دیاردەیەکی توێژینەوە، بەمەبەستی گەیشتن بەبڕیارێك سەبارەت بە گریمانەکانەوە، کە لەسەرەتای توێژینەوە وەك ڕاڤەیەکی کاتی دادەنرێت بۆ ئەو دیاردەیەو ڕەنگە بڕیاریش بە پەسەند یان ڕەتکردنەوەی گریمان بدرێت.

4.1:-داتا ئامارییەکان:-

بریتییە لە کۆمەڵێك ڕاستی و زانیاری،کە پەیوەندیدارە بە دیاردەیەکی توێژینەوەو بەکەرستەیەکی سەرەتایی زانستی ئامار دادەنرێت. داتاکانیش بۆ چەند بەشێك دابەش دەبن،کەدەتوانرێت لەمیانەی ئەو هێڵکارییە کورت بکرێتەوە:-

هێلکاری(1-1)

بەشی داتاکان



لەسەر ئەم بنەمایە دەتوانریت گۆڕاو (variable) بەوە پێناسە بکرێت، کە بریتییە لە خاسیەتێك کە بەهای جۆراو جۆر بە جیاوازی کەسەکان، یان شوێنەکان یاخود شتەکان لەخۆ بگرێت، هەرکاتێك درێژی یان کێش یاخود تەمەنی کەسێکمان دیاری کرد، ئەوا ئەنجامەکەی هەمیشە گوزارشت لە بەهای ئەو گۆڕاوە دەکات، کاتێکیش هۆکاری ڕێککەوت دەخەینە نێو بەها دەرهاتووەکان، ئەوا گۆڕاو لەم دۆخەدا پێی دەگوترێت ڕەمەکی (Random variable)، بەهای هاتووە دەستی کردەی پێوانە کردن زۆرجار گوزارشتی ئەوەی بۆ دەکرێت، کە بینەرەکانن یان پێوانەکانن.

سەرچاوەکانی داتاش بۆ دووبەش دابەش دەبن:—

1)**سەرچاوەی مەیدانی ڕاستەوخۆ**:-لێرەدا توێژەر بەخودی خۆی هەوڵی بەدەست هێنانی ڕاستی و زانیارییەکانی لەبارەی دیاردەی توێژینەوەکەی دەدات، وەك (پرسینەوە...هتد).

2)**سەرچاوەی فەرمی و مێژووییەکان**:-لێرەدا دام و دەزگاکان ئەرکی دابینکردنی داتا ئامارییەکانی دیاردە ئابووری و کۆمەڵایەتی و تەندروستی و ڕۆشنبیری و زانستی و ...هتد دەگرنە ئەستۆ.

5-1:-کۆمەڵگای ئاماری:-(statistical population)

کۆمەڵگا بریتییە لە هەموو بەها و تاکەکان کە دەتوانرێت وەك گۆڕاو وەربگیرێت، کە ئارەزووی بەدەست هێنانی دەرئەنجام لەبارەیەوە دەکرێت،ئەمەش جێگای گرنگی توێژەرە یان بڕیاردەرە، بۆ نموونە ئەگەر لێکۆڵینەوەکەمان سەبارەت بەدەستهاتی مانگانەی فەرمانبەرانی کۆلیژی ئابووری و کارگێڕی زانکۆی سەلاحەددین بێت، ئەوا لەم دۆخەدا کۆمەڵگای ئامار بریتییە لە فەرمانبەرانی ئەو کۆلیژەی زانکۆی ناوبراوەوە.کۆمەڵگاش دابەش دەبێت بۆ کۆمەڵگای سنووردار (finite population)، ئەمەش بریتییە لەو کۆمەڵگایەی، کە دەتوانرێت کۆنترۆڵی ژمارەی تاکەکانی بکرێت، هەر وەکو دەستهاتی فەرمانبەرانی کۆلێژی کارگێڕی وئابووری لەزانکۆی سەلاحەددیندا، یان کۆمەڵگای بێ سنوور (infinite population) دەبێت، ئەمەش ئەو کۆمەڵگایەیە کە ناتوانرێت کۆنترۆڵ بکرێت واتە ناتوانرێت ژمارەی تاکەکانی کۆنترۆڵ بکرێت، وەك ماسی ناو دەریا، ئەستێرەکانی بۆشایی ئاسمان.

6-1:- بژاردە(sample): بژاردە بریتییە لە بەشێکی کۆمەڵگە، ئەمەش بریتییە لە کۆمەڵێك بینەر، کە بەڕێگایەك لە ڕێگاکان بژاردە کراوە، ئینجا کاتێك ناتوانرێت لێکۆڵینەوە لە هەموو کۆمەڵگا بکرێت، ئەویش بەهۆی پەیوەندیدار بوونی بەکات و هەوڵ هەیە،سەباری نزم کردنەوەی تێچوون یاخود ئەستەمی ئەنجامدانی لێکۆڵینەوە بۆ هەموو کۆمەڵگا،بۆیە پشت بە وەرگرتنی بژاردە و خاسیەتەکانی دەبەستین،بەمەش دەتوانین دەرئەنجامی خەسڵەتەکانی کۆمەڵگای بنەڕەتی بکەین، کە بژاردەکەی لێوەرگیراوە، ئینجا سەرەڕای لایەنە چاکەکانی بەکارهێنانی بژاردە، بەڵام هەڵبژاردنی بژاردە ڕووبەڕووی دوو جۆر هەڵەی سەرەکی دەبێتەوە، ئەویش بریتییە لە:-

1-هەڵەی ڕێککەوت یان هەڵەی بێ مەبەست:- هەڵەی ڕەمەکیشی پێ دەوترێت، ئەمەش بریتییە لە هەڵەی ئاماری بێ مەبەست لەئەنجامی وەرگرتنی بژاردە لە کۆمەڵگا دروست دەبێت، مەرجیش نیە هەمیشە بەشێك نوێنەرایەتی هەموو کۆمەڵگا بکات، دەتوانرێت بەسەر ئەو جۆرە هەڵەیە زاڵبێت، ئەویش لەڕێگای هەڵبژاردنی باشترین ڕێگا لەپرۆسەی هەڵبژاردنی بژاردە، یان لەڕێگای زیادکردنی قەبارەی بژاردە، هەرکاتێك قەبارەی بژاردە زیادی کرد، ئەوا باشتر نوێنەرایەتی کۆمەڵگای ئاماری دەکات.

2-هەڵەی ئەنقەست:-ئەمەش بریتییە لە هەڵەی بەئەنقەست ، چونکە بەشێوەی ئەنقەست لەلایەن توێژەر ئەنجام دەدرێت کەهەڵدەستێت بە هەڵبژاردنی تاکی بژاردەکە بەشێوەی ئەنقەست بۆ بەرژەوەندی توێژەرێکی دیاریکراو، یان چینێکی دیاریکراو.لێرەدا زیادکردنی قەبارەی بژاردە بەشێوەی ئەنقەست دەبێتە هۆی زیادبوونی قەبارەی هەڵەکان.دەتوانرێت بەسەر هەڵەی بەئەنقەست زاڵ بین،ئەویش لە ڕێگای پلاندانانی باش بۆ هەڵبژاردن و جێبەجێکردنی بژاردەکە. هەروەها پێداچوونەوەی بەردەوام بۆ پێوەری هەڵبژاردنەکە،سەرباری پشت بەستن بە شارەزاییان لەم بوارەدا

***دیاریکردنی قەبارەی بژاردە:-**کاتێك قەبارەی بژاردە دیاری دەکرێت، ئەوا هاوشێوەبوونی یەکەکانی کۆمەڵگەو مەودای متمانە لەبەرچاو دەگرێت، کە دەبێت توێژەر لە توێژینەوەکەی خۆی پەیوەست بێت پێیەوە.ئینجا ئەگەر بێتو پلەی هاوشێوە بوون لەنێوان یەکەکانی کۆمەڵگە گەورەبوو، ئەوا توێژەر دەتوانێت بژاردەیەکی قەبارە بچووك وەربگرێت، بەڵام ئەگەر بێتو کۆمەڵگەدا هاوشێوە نەبوو، ئەوا پێویستە قەبارەی

بژاردەکە گەورە بێت، هەروەها لەدیاریکردنی قەبارەی بژاردە توانای دارایی و کاتیش لەبەرچاو دەگیرێت،کە ڕەنگە بەهۆیەوە بژاردەیەکی کەمتر لە قەبارەی گونجاو وەربگیرێت.

***ڕێگاکانی بژاردەکردن:**-شێوازی دیار کردنی بژاردە پێی دەوترێت بژاردەکردن (SAMPLING)،بژاردەش بریتییە لە کۆمەڵێك یەکە(SAMPLING UNITS)کە لە چوارچێوەی بژارکردن(SAMPLING FRAME) هەڵدەبژێرێت، کەپێك دێت لە تاکەکان یان خێزان یاخود یەکەکانی بەرهەم،بژاردەکانیش ئەنجامی بەرزو وورد دەدەنە دەستەوە،کە هاوکۆك دەبێت بەشێوەی ڕاستەوانە لەگەڵ پلەی نوێنەرایەتی داتاکانی کۆمەڵگە بۆ ئەمەش دوو کۆمەڵەی سەرەکیمان لەدیاریکردنی بژاردەکان هەیە،کە بریتییە لە:-

یەکەم:- ڕێگا ڕەمەکییەکان:-(RANDOM SAMPLES) بریتییە لەو ڕێگایانەی، کە پەیوەندیدارە بە هەڵبژاردنی تاکی بژاردەکان بەشێوەی ڕەمەکی، بە واتای ئەوەی هەرکاتێك لە کۆمەڵگا هەلی یەکسانی لەگەڵ هەلی هەر تاکێکی دیکە لە بژاردەکەدا هەیە، بۆنموونە ئەگەر بێتو ژمارەی تاکەکانی کۆمەڵگا (1000)بێت، ئەوا هەلی بەدیارکەوتنی هەر تاکێك لە بژاردەکەدا یەکسانە بەیەك لە هەزاردا.لە گرینگترین جۆرەکانی بژاردە ڕەمەکییەکانیش بریتین لە:-

1-بژاردەی ڕەمەکی سادە:- (SIMPLE RANDOM SAMPLE) بە ئاسانترین جۆرەکانی بژاردە دادەنرێت، ئەویش ئەوکاتەی یەکەکانی کۆمەڵگای توێژینەوە لە دۆخی هاوشێوەیی دان، لێرەدا هەل بۆ هەریەکەیەك لە یەکەکانی کۆمەڵگا بۆ بە دیارکەوتن لە بژاردەکە بە ئەگەرێکی یەکسان و سەربەخۆ دادەنرێت لە نێو ئەو ڕێگایەی کە بەکاردەهێنرێت بۆ هەڵبژاردنی ڕەمەکی بریتییە لە ڕێگای تیروپشك، ئەویش لەڕێگای نووسینی ژمارەی هەموو تاکەکانی کۆمەڵگای بنچینەیی لەسەر پسوڵەی بچووك، دوای تێکدانی بەشێوەیەکی باش، ژمارەیەکی بە ڕێگای ڕەمەکی لێ ڕادەکێشین، کە نوێنەرایەتی بژاردەی توێژینەوە دەکات، یان لە ڕێگای بەکارهێنانی خشتەی ژمارەیی ڕەمەکی، بە تایبەتی کاتێك قەبارەی بژاردەکە گەورە دەبێت، کە لە ستوون و ئاسۆیی پێك دێت، کە ستوونی و ئاسۆیی بە شێوەی ڕەمەکی لە خشتەیەك هەڵدەبژێرێت، ئینجا

ژمـارەی خانـە ژمارەیـەكی گونجـاوی گـەورە لـە كۆمەڵگاكـە دیاریـدەكرێت،دوای ئـەوە تاكـەكان بـەپێی زنجـیرەی ژمـارەیی نـاو خشـتەكە بەشـێوەی سـتوونی و ئاسـۆیی هەڵدەبژێردرێت،تا ژمارەی پێویستی بژاردەی توێژینەوەكە تەواو دەبێت. چەند ڕێگایـەك بۆ دیاریكردنی قەبارەی بژاردەی ڕەمەكی سادە هەیە، لەوانە:-

أ) دیاریكردنی قەبارەی بـژاردە لەسـەر بنچینەی نێوەنجی:- ئەمـەش لـە میانـەی پراكتیزەكردنی ئەم هاوكێشەیەی خوارەوە دێتە دەست:-

$$n = \frac{z^2\sigma^2}{e^2} \qquad \ldots \quad (1.1)$$

n:-بریتییە لە قەبارەی بژاردە

z:-بەهای پێوەری بۆ گۆڕاوێكی دیاریكراو

σ^2 :-جیاوازی كۆمەڵگا

e: -هەڵەی ڕێپێدراو

نموونە:-ئەگەر بێتو كۆمەڵگای توێژینەوە یەكسان بێت بە(5)وئاستی متمانـەی پێویسـت (95٪)بێـت و هەڵـەی ڕێپێـدراویش یەكسـان بێـت بـە(0.01)،ئـەوا قـەبارەی بـژاردەی پێویست:-

$$n = \frac{(1.96)^2(5)}{(0.01)^2} = 192080$$

ب-دیاریكردنی قەبارەی بژاردە لەسەر بنچینەی ڕێژەیی:-ئەمەش دەتوانرێـت لـە میانـەی ئـەم هاوكێشەیەی خوارەوە پراكتیزە بكرێت:-

P:-ڕێژەی سەركەوتنی گریمانەیی لە كۆمەڵگا.

نموونـە:-گریمـانی ئـەوە دەكـەین، كـە لـە نێـو هـەر (10) پەیوەنـدی كـردن لەگـەڵ مامەڵەكاراندا، یەك كردە سەركەوتن بەدەست دەهێنێت. قەبارەی بژاردە چەند دە بێـت؟ ئەگەر بێتو ئاستی متمانەی پێویست (95٪) بێت و هەڵەی ڕێپێدراویش (0.05) بێت.

$$n = \frac{(1.96)^2(0.10)(1-0.10)}{(0.05)^2} \approx 138$$

2-بژاردەی ڕەمەکی چینی:-(stratified random sample): لێرەدا کۆمەڵگای بنەڕەتی توێژینەوە بۆ چەند چینێکی ناهاوشێوە دابەش دەکات،لە هەمان کاتدا هەر چینێك لە تاکی هاوشێوە لەنێوخۆیاندا پێك هاتووە.ئینجا بەشێوەی ڕەمەکی لەو چینانە ژمارەی پێویست دیاری دەکرێت،بەشێوەیەك بگونجێت لەگەڵ قەبارەی هەرچینێك لە چینەکانی کۆمەڵگا.ئەم جۆرە ڕێگایەش دەبێتە هۆی زیادبوونی نوێنەرایەتی بژاردەکە،بەمەش توێژەر دەتوانێت بژاردەی بچووکتر وەربگرێت،ئەمەش خەرجی توێژەر کەم دەکاتەوە.

3)بژاردەی قۆناغە جیاجیاکان:- (multi-stage random sample)‘ بریتییە لە بژارارکردن لە کۆمەڵەکان،ئینجا بژاردەیەکی ڕەمەکی سادە لەو کۆمەڵانەی کۆمەڵگاکە ڕادەکێشرێت.ئینجا سەرژمێری گشتگیر بۆ هەموو تاکی کۆمەڵەکان،کە هەڵبژێردراون ئەنجام دەدات،یان هەڵدەستێ بە بژارکردنی هەموو کۆمەڵە هەڵبژارکردووەکان(بەدووقۆناغ)دەتوانرێت قۆناغی دیکەی بژارکردن بەپێی سروشتی توێژینەوەکە زیاد بکرێت،ئەو کاتەش بەبژاردەی قۆناغە جیاجیاکان دەناسرێت.بۆ نموونە کاتێك توێژینەوەی کشتوکاڵی ئەنجام دەدرێت بۆ کشتوکاڵی دانەوێڵەیەك،سەرەتا گوندەکان وەك یەکەی سەرەتایی وەردەگیرێت،ئینجا کێڵگەکان وەك یەکەکی ناوەندی و دوای ئەوەش پارچە زەوی لە کێڵگە بژاردەکان وەردەگیرین ئەمەش لە سێ قۆناغ پێك دێت.

4)بژاردەی ڕەمەکی ڕێکخراو:- Systematic Random Sample : ئەم ڕێگایە لە دۆخی هاوشێوەیی کۆمەڵگای بنەڕەتی یان ڕەمەکی بەکار دەهێنرێت، هەڵبژاردنی تاکەکان بە ماوەی یەکسان دەبێت، سەرەتا یەکەی یەکەمی بژاردەکە بەڕێگای ڕەمەکی دەبێت، بەمەش تاکەکانی دیکە بژاردەکە دیاریدەکات، بۆ نموونە ئەگەر ویستمان بژاردەیەك لە قوتابیانی بەشی ئابووری بە ڕێژەی (10٪) وەربگرین، کە ژمارەیان (500) قوتابییە، لەم دۆخەدا قەبارەی بژاردەکە (0.10X500) یەکسان دەبێت بە (50) قوتابی، هەروەها هەڵبژاردنی هەر تاکێك لەتاکەکان پشت بە قەبارەی بژاردەکە و قەبارەی کۆمەڵگا دەبەستێت جاری وا هەیە (1– 8) دەبێت، یان (1–15) دەبێت...هتد، ئەگەر بێتو ویستمان لە هەر (10) قوتابی یەك قوتابی وەر بگرین، ئەوا

قوتابی یەکەم بەشێوەی ڕەمەکی بژاردەکەین، ئینجا بۆ دیاریکردنی قوتابی دووەم، ئەوا کۆی ژمارە (10)ی یەکەم دەکەین، بەم شێوەیە ئەگەر بێتو ژمارەی قوتابی یەکەم (6) بێت، ئەوا کۆی ژمارە (10)ی دەکەین، بە شێوەیەك تا قەبارەی بژاردەکە تەواو دەبێت (6،16،26،36...هتد).

2) ڕێگا نارەمەکییەکان: (No random sample) : لێرەدا یەکەکانی بژاردە بەشێوەی ڕێککەوت واتە بێ مەبەست یان یەکەکانی بژاردە بە شێوەی مەبەست دیاری دەکرێت بە مەبەستی دیار کردنی لێکۆڵینەوەی دیاریکراو، لە جۆرەکانی بریتییە لە:

1)**بژاردەی بە ڕێککەوت**:- (ACCIDENTAL SAMPLE) لێرەدا توێژەر هیچ دەستێخستنی لە دیاریکردنی بژاردەکە نییە، ئەگەر بێتو توێژەر بیەوێت ڕای گشتی لە بەرامبەر مەسەلەیەك بزانێت، ئەوا دادەبەزێتە سەر شەقام و ڕێککەوتی یەکەم کەس دەکات و پرسیاری لێ دەکات، ئەمەش دووبارە دەبێتەوە تا قەبارەی بژاردەکەی تەواو دەبێت.

1. **بژاردەی بەشی**:- Quota Sample

لێرەدا کۆمەڵگا دابەش دەکرێت بۆ چەند توێژێك و لە هەر توێژێکیش، کۆمەڵە تاکێك وەردەگیرێت، کە نوێنەرایەتی دەکات، دیارکردنی بژاردەکەش بە گوێرەی پێویست دەبێت، نەك بەشێوەی ڕەمەکی، ئینجا کاتێك توێژەر کۆمەڵگا بۆ توێژی خەسڵەتداری دیاریکراو دابەش دەکات وەك (قوتابی، مامۆستا، کرێکار...هتد)، ئینجا هەڵدەستێت بە هەڵبژاردنی هەرتوێژێك لە کۆمەڵەکە، بەبێ ئەوەی بژاردەکە بەشێوەی ڕەمەکی، لێرەدا بواری تاکە جیاوازی نێوان بژاردەی چینی و بژاردەی بەش بریتییە لە بواری هەڵبژاردنی تاکەکان.

2. **بژاردەی مەبەستدار**(Purposive sample):-

بۆ بەکارهێنانی ئەو ڕێگایە پێویستە توێژەر شارەزایی لە ئامارەکانی ئاماری کۆمەڵگای بنەڕەتی هەبێت.ئینجا یەکەکانی بژاردە لە ڕوانگەی ئەم شارەزاییەوە دیار دەکرێت،ئینجا یەکەی دیاریکراو هەڵدەبژێردرێت،کەوای بۆ دەچێت نوێنەرایەتی کۆمەڵگای بنەڕەتی دەکات.ئەگەر بێتو توێژەر بیەوێت توێژینەوە لەڕای گشتی لەبارەی

مەسـەلەیەکی دیـاریکراودا بکات،ئـەوا پیـاوانی سیاسـەتمەدارو کەسـانی دیکـە بـۆ ئـەو توێژینەوەیە هەڵدەبژێردرێن ئەو جۆرە بژاردەیە نوێنەرایـەتی کۆمـەڵگا ناکات،بـەڵکو ئـەو جـۆرە بژاردەیـە نوێنەرایـەتی کۆمـەڵگا ناکات،بـەڵکو نوێنەرایـەتی ڕای کەسـەکانی نێـو بژاردەکە بەتەنهادەکات.

ڕاهێنانەکانی بەشی یەکەم

1-1:-پێناسەی ئامار بکەو جۆرەکانی باس بکە؟

2-1:-قۆناغەکانی پرۆسەی ئامار بژمێرە؟

3-1:-جیاوازی نێوان ئاماری باسەنی و ئاماری شیکردنەوەیی بکە؟

4-1:-گرنگی ئامار بۆ زانستی کارگێری و ئابووری چییە؟

5-1:-جیاوازی نێوان بژاردەو کۆمەڵگا چییە؟

6-1:-کامە ڕیگای بژاردە زۆرترین بەکارهێنانی لەژیانی پراکتیکی دا هەیە؟باسی بکە؟

7-1:-ئەگەر بێتو جیاکاری کۆمەڵی توێژینەوە یەکسان بێت بە (25) و ئاستی متمانەی پێویست(99٪)،هەڵەی ڕێپێدراویش یەکسانە بە(0.05)، قەبارەی بژاردەی گونجاو چەندە؟ ئەویش بە بەکارهێنانی بژاردەی ڕەمەکی سادە لەسەر بنچینەی نێوەنجی دا.

8-1:-ئەگەر بێتو ڕێژەی سەرکەوتنی قوتابیانی بەشی ئابووری لەکۆمەڵگای توێژینەوە یەکسان بێت بە (0.80)،وئاستی متمانەی پێویست (95%) ، هەڵەی ڕێپێدراویش یەکسانە بە(0.10) قەبارەی بژاردەی گونجاو مەزندە بکە؟بە بەکارهێنانی بژاردەی ڕەمەکی سادە لەسەر بنچینەی ڕێژەیی.

9-1:-یەکێك لە توێژەران ئارەزوومەندی دیاریکردنی ڕێژەی بژاردەی بە(20٪)کردووە، لەسەرجەمی ژمارەی فەرمانبەران کەبریتییە لە (5000) فەرانبەر.بژاردە چۆن دەبێت بەپێی ڕێگای بژاردەی ڕەمەکی ڕێکخراو؟

بەشی دووەم

پۆلێنکردن و خستنەڕووی داتاکان

Data Tabulation and Presentation

1.2 : پێشەكی:(Introduction)

ئەو داتایانەی كە بەشێوازی بژاردە كۆدەكرێتەوە، بێ سوود دەبێت، ئەگەر بێتو رێكنەخرێت و نەكرێتە خشتە، بۆیە پرۆسەی داتاكان بە هەنگاوی بنەرەتی بۆ پرۆسەی شیكردنەوەی داتاكان دادەنرێت، دوای ئەوە بە دەستهێنانی دەرئەنجام لە میانەی پۆلێن كردنی داتاكان و خستنەرووی، بە شێوەیەك ببێتە هۆی پێدانی شێوەیەكی روون و ئاشكرا بۆ تێگەیشتنی خەسلەت و پێكهاتەكانەوە، كە رێگا خۆشكەرە بۆ بە دەستهێنانی دەرئەنجامی قوڵتر و كرێكاریی لەقۆناغەكانی شیكردنەوەی ئایندە دەبێت، لەسەر ئەو بنەمایە لەم بەشەدا جەخت لەسەر شێوازی پۆلێن كردنی داتاكان لەخشتەكان دادەكەینەوە بەتایبەتی خشتەكانی دابەشكردنی دووبارەیی، هەروەها خستنەرووی داتاكان بەشێوەی ئەندازەیی.

2.2 : خستنەرووی خشتەی داتاكان:- (Frequency distribution)

لەمیانەی ئەم برگەیەدا داتا خاوەكان یان سەرەتاییەكان كە كۆدەكرێتەوە، بە بەكارهێنانی بژاردە، كەپێ ی دەگوترێت داتای نارێكخراو، كە ئەمەش دەگۆردرێت بۆداتای رێكخراو، ئەویش بەپشت بەستن بەخشتەی تایبەت، كە ناسراوە بە دابەش كردنی دووبارەیی، كە لە میانەیدا داتای پۆلێنكراو دەخرێتەڕوو.

1-2-2 :- دابەش كردنی دووبارەیی:- (frequency distribution)

دابەش كردنی دووبارەیی بریتییە لە پوخت كردن و رێكخستنی داتاكان، كە كۆكراوەتەوە و پولێن كراوە، و بۆ ژمارەیەك كۆمەڵەش دابەش كراوە، كە پێی دەوترێت توێژ (class)، ئەو توێژانەش رێكخراوە بە شێوەی بەرزبۆوە و نزم بوونەوە دا بەپێ ی سروشتی داتاكان، كە بە دابەشكردنی ژمارەی بەهای (×) دەوترێت، ئەویش بەپێی توێژەكان (دابەشكردنی دووبارەیی)، توێژی دابەشكردنی دووبارەیی لەدرێژی دا یەكسان و نا یەكسانیش دەبێت. گریمان ($x_1, x_2 \ldots x_n$) مان هەیە، نوێنەرایەتی بژاردەی ڕەمەكی بە قەبارەی (n) لە بینەرەكان دەكات، كە ئارەزوومەندی پوختكردنی ئەو

داتایانەن، لە دابەشکردنی دووبارەبوونەوەی ژمارەی توێژەکانی (m)ن، کە ئەمانەی خوارەوەمان هەیە:-

مەودای هەمووەکی:- Total Range

بریتییە لەجیاوازی نێوان گەورەترین بەهای (X_L) وبچووکترین بەهای(X_S) لە کۆمەڵێکدا، کە ژمارە (x_1) ی بۆ زیاردەکرێت، واتە:-

$$T.R = x_L - x_S + 1 \qquad \cdots \quad (2.1)$$

ژمارەی توێژەکان :- (Number of classes): ژمارەی توێژەکان بریتییە لە ژمارەیەك کۆمەڵە کە خشتەی دووبارەیی لێ پێك دێت، چەند دەقێکیش هەیە، کە لە میانەیدا ژمارەی توێژەکانی خشتە دیاری دەکات، لەوانە ڕێگای یول (Yule) کە بریتییە لە:-

$$m = (2.5)\sqrt[4]{n} = (2.5)n^{1/4} \qquad \cdots \quad (2.2)$$

ئەگەر بێتو n=50، ئەوا ژمارەی توێژەکان بریتی دەبێت لە:-

$$m = (2.5)\sqrt[4]{50} = (2.5)(50)^{1/4}$$
$$= (2.5)(2.659) = 6.6475 \cong 7$$

یان بەکارهێنانی دەقی ستەرجس(sturges)کە بریتییەلە:-

$$m = 1 + (3.322)\log_{10}(n) \qquad \cdots \quad (2.3)$$

ئەگەر بێتو(n=50)ئەوا ژمارەی توێژەکان بەپێ ی ئەم دەقە بەم شێوەیە دەبێت:-

$$m = 1 + (3.322)\log_{10}(50)$$
$$= 1 + (3.322)(1.69897) = 6.644 \cong 7$$

لێرەدا ئەنجامەکان بۆ ژمارەی تەواو نزیك دەکرێتەوە، چونکە دەبێ ژمارەی توێژەکان ژمارەی تەواو بن.

*درێژی توێژ(Length of class)

برتییە لە بڕی ماوەی نێوان نزمترین ڕادەی توێـژ و بـەرزترین ڕادەی توێـژدا، مـاوەی توێژێش (L)هاوکۆک دەبێت بەشێوەی پێچەوانەیی لەگەل ژمارەی توێژەکاندا، هەر کاتێك درێــژی توێــژ زیــادی کرد،ئــەوا ژمــارەی توێــژەکان کــەم دەکــات، پێچەوانەکەشــی ڕاستەکەیەتی، هـەروەها لـە دۆخـی خشـتەی توێـژی یەکسـان لـە درێـژی دا، دەتوانرێـت درێژی توێژ(L)لە میانەی ئەم هاوکێشەیە دیار بکرێت:

$$L = \frac{T.R}{m} \qquad \cdots \quad (2.4)$$

نـزمترین ڕادەو بـەرزترین ڕادەی توێـژ:- Lower and Upper Limit of (class)

هەموو خشتەیەکی دووبارەیی سەرەتاو کۆتایی هەیـە، سـەرەتا واتـا نـزمترین ڕادەی توێژاL.L، لەهەمان کاتدا کۆتایی واتـە بـەرزترین ڕادەی توێـژ U.L. دەتوانرێـت سـنووری توێژەکان لەدۆخی یەکسان بوونی درێژییان بەم شێوەی خوارەوەبێت:-

بەرزترین ڕادە	نزمترین ڕادە	زنجیرەی توێژ
$x_s + L$	x_s	1
$x_s + 2L$	$x_s + L$	2
$x_s + 3L$	$x_s + 2L$	3
⋮	⋮	⋮
$x_s + mL$	$x_s + (m-1)L$	M

تێبینی:-خشتەی پێشوو ئاستی داتا بەردەوامەکان دیـاری دەکـات، بـەڵام ئەگـەر بێتـو داتاکان لە جۆری پچڕاو بن،ئەوا ژمارە(1)لەبەرزترین ڕادەی توێژەکە دەردەکرێت.

ناوەندی توێژ:-(Center of a class)بەهای (x)کـە دەکەوێتـە نێـوان بـەرزترین ڕادەو نزمترین ڕادەی توێژەکان،ئەمەش بریتییە لە ناوەندی توێژ،واتە:-

$$x = \frac{L.L + U.L}{2} \qquad \cdots \quad (2.5)$$

*__دووبارەی تویژ:-(Class frequency)__:بریتییە لەژمارەی بینەران،کە دەکەوێتە چوار چێوەی ئەو توێژە،بەجۆرێك سەرجەمیان بریتییە لە قەبارەی بژاردە(n)، ئەگەر بێتو دووبارەنوونەوەی بەم هێمایانە بێت $\left(f_1, f_2, \cdots, f_m\right)$ ئەوا:

$$\sum_{i=1}^{m} f_i = f_1 + f_2 + \cdots + f_m = n$$

ئەوەی تێبینی دەکرێت، ئەوەیە پێویست ناکات نزمترین ڕادەی توێژی یەکەم یەکسان بێت بە بچووکترین بەهای کۆمەڵەکە، بەڵکو پێویستە کەمتر بێت، هەروەها بەرزترین ڕادەی دوا توێژ مەرج نییە یەکسان بێت بەبەرزترین بەها، بەڵکو ڕەنگە گەورەتر بێت، ئەمەش بۆ ئاسانکردنی کردەی هەژمارکردنە، هەروەها ڕەنگە خشتەی دووبارەبۆوە داخراو بێت (خاوەنی نزمترین ڕادەی توێژی یەکەم و بەرزترین دوا توێژ دەبێت)، یان کراوە دەبێت (خاوەنی نزمترین ڕادەی توێژی یەکەم وبەرزترین ڕادەی دوا توێژ نابێت)، ئەویش لەبەر ئەوەی پشت بە سروشتی توێژینەوەکە دەبەستێت، بۆ نموونە:- کرێ ی ڕۆژانەی کرێکار هەزار دینار بۆ کەرستەی خانووبەرە بەم شێوەی خوارەوەیە:

29	38	37	35	30	26	41	37	34
30	44	42	37	33	31	27	40	38
32	28	49	40	39	34	30	39	35
39	31	33	26	44	31	31	46	43
38	35	35	32	45	36	32	34	48

داواکاری:- ئەم داتایانە لە خشتەی دووبارەیی ڕێك بخە و شیکاری بکە

شیکار:- n=45 و ژمارەی توێژەکانm بەو شێوەیەیە:-

$$m = (2.5)\sqrt[4]{45} = (2.5)(45)^{1/4}$$
$$= (2.5)(2.59) = 6.475 \cong 6$$

لەخشتەی پێشوو سەرنجی ئەوە دەدەین، کە بچووکترین بەها(Xs=26)و گەورەترین بەها(X_L=49)لەبەر ئەوە مەودای هەمووەکی بریتییە لە:-

$$T.R = x_L - x_S + 1 = 49 - 26 + 1 = 24$$

لەبەرئەوە درێژی توێژ:-

$$L = \frac{T.R}{m} = \frac{24}{6} = 4$$

لەسەر ئەو بنچینەیە دەتوانین ئەم خشتە دروست بکەین:-

سنووری توێژ بەشێوەی کۆتایی	بەرزترین ڕادەی توێژ	کەمترین ڕادەی توێژ	زنجیرەی توێژ
29-26	29	26	1
33-30	33	30	2
37-34	37	34	3
41-38	41	38	4
45-42	45	42	5
49-46	49	46	6

دوای دیاریکردنی توێژەکان، هەڵدەستین بە بەتاڵکردنی داتاکان بەگوێرەی توێژەکان بەم شێوەی خوارەوە:

دووبارە f_i	دووبارەکان (ژمارەی کرێکاران)	توێژەکان (کرێ)	زنجیرەی توێژ
5	𝍸	29-26	1
12	𝍷𝍷 𝍸 𝍸	33-30	2
11	𝍷 𝍸 𝍸	37-34	3
9	𝍷𝍷𝍷𝍷 𝍸	41-38	4
5	𝍸	45-42	5
3	𝍷𝍷𝍷	49-46	6

دەتوانرێت ئەنجامەکان پوخت بکرێت لەگەڵ ناوەندەکانی توێژ، ئەویش لەمیانەی ئەو خشتەیەی خوارەوە:-

زنجیرەی توێژ	توێژەکان(کرێ)	f_i دووبارەکان(ژمارەی کرێکاران)	ناوەندەکانی توێژ
1	29-26	5	27.5
2	33-30	12	31.5
3	37-34	11	35.5
4	41-38	9	39.5
5	45-42	5	43.5
6	49-46	3	47.5

نموونە(2-2)؛ ئەو داتایانەی خوارەوە بریتییە لە بەرهەمی گەنم لە دۆنمێك بۆ (60) پارچە زەوی کشتوکاڵ و **داواکاری**؛ بریتییە لە پێکهێنانی خشتەی دووبارەبوونەوەیی، سەرباری هەژمارکردنی ناوەندی توێژەکان:

69.55	48.71	35.71	34.35	17.83	26.91	72.35	36.82	38.51	41.15
41.82	44.23	49.20	33.21	32.72	27.82	28.91	73.48	39.61	39.26
70.75	70.22	38.22	32.43	33.81	30.61	29.50	36.43	64.22	51.22
70.25	43.53	62.02	31.15	34.52	78.89	52.41	37.42	38.17	59.11
42.91	50.31	41.23	32.23	35.02	42.15	54.61	72.81	50.71	58.51
68.72	39.21	40.40	61.22	41.23	51.52	51.22	56.21	57.31	39.19

شیکار:- n=60 و ژمارەی توێژەکان m بریتییە لە:-

$$m = (2.5)\sqrt[4]{60} = (2.5)(60)^{1/4}$$
$$= (2.5)(2.7832) = 6.9579 \cong 7$$

لە خشتەی پێشوو سەرنجی ئەوە دەدەین کە بچووکترین بەها ($x_S = 17.83$)، گەورەترین بەها($x_L = 78.89$) بۆیە مەودای هەمووەکی بریتییە لە:-

$$T.R = x_L - x_S + 1 = 78.89 - 17.83 + 1 = 62.06$$

لەبەرئەوە درێژی توێژەکە بریتییە لە:-

$$L = \frac{T.R}{m} = \frac{62.06}{7} = 8.8657$$

لەسەر ئەو بنچینەیە دەتوانین ئەو خشتەیە دروست بکەین :-

زنجیرەیی توێژ	نزمترین ڕادەی توێژ	بەرزترین ڕادەی توێژ	سنووری توێژدکان بە شێوەی کۆتایی	دەتوانرێت بۆ ئاسانی بەم شێوەیە بنووسرێت
1	17.83	26.70	26.70-17.83	-17.83
2	26.70	35.56	35.56-26.70	-26.70
3	35.56	44.42	44.42-35.56	-35.56
4	44.42	53.28	53.28-44.42	-44.42
5	53.28	62.15	62.15-53.28	-53.28
6	62.15	71.02	71.02-62.15	-62.15
7	71.02	79.88	79.88-71.02	79.88-71.02

دوای دیاریکردنی توێژەکان هەڵدەستین بە بەتاڵکردنی داتاکان بە پێی توێژەکان:

زنجیرەیی توێژ	توێژەکان (بڕی بەرهەمی گەنم بە تەن)	دووبارەبوونەوەکان (بە ئاماژە بۆ ژمارەی پارچە زەوییەکان)	دووەبارە f_i
1	26.70-17.83	/	1
2	35.56-26.70	//// 卌 卌	14
3	44.42-35.56	卌 卌 卌 卌	20
4	53.28-44.42	/// 卌	8
5	62.15-53.28	// 卌	7
6	71.02-62.15	/ 卌	6
7	79.88-71.02	////	4

دەتوانین دەرئەنجامەکان لەگەڵ ناوەندی توێژەکان لەمیانەی ئەو خشتەیە پوخت بکرێت:-

زنجیرەی توێژ	توێژەکان (بڕی بەرهەمی گەنم بە تەن)	f_i دووبارە (ژمارەی پارچە زەوی)	ناوەندی توێژەکان
1	26.70-17.83	1	22.27
2	35.56-26.70	14	31.13
3	44.42-35.56	20	39.00
4	53.28-44.42	8	48.86
5	62.15-53.28	7	57.73
6	71.02-62.15	6	66.59
7	79.88-71.02	4	75.46

لەمیانەی ئەو خشتەیەی سەرەوەدا سەرنجی ئەوە دەدەین، کە پارچە زەویەک بڕی بەرهەمی گەنمی لەنێوان 17.83تەن و کەمتر لە 26.70 تەن دایە، هەروەها 14 پارچە زەویش بڕی بەرهەمی گەنمیان لەنێوان 26.70 تەن و کەمتر لە 35.56 تەنە...هتد، بێجگە لەمانە سەرنجی ئەوە دەدرێت، کە ناوەندەکانی توێژی پارچە زەویەک نێوەنجی بەرهەمی(22.27)تەن و (14)پارچەش نێوەنجی بەرهەمیان(31.13)تەنە، بەو شێوەیە سەبارەت بە توێژەکانی ترەوە، هەروەها لە هەردوو نموونەی پێشوو سەرنجی ئەوە دەدەین، کە سەرجەمی دووبارە بوونەوەکان یەکسانە بە ژمارەی بینەرەکانی بنەڕەتی(n)، شێوازی ڕێکخستن، کەپشتی پێ بەستراوە لەدوو نموونەی پێشوو، گریمانی دۆخی یەکسانی درێژی توێژەکان دەکرێت، بەڵام دۆخی دیکەش هەیە، کە ڕەنگە درێژی توێژەکان نا یەکسان بن، ئەویش بەپێ ی سروشتی لێکۆڵینەوەو پێداویستییەکانییەوە، بۆیە ئەو شێوازە بیسوودە لەم دۆخەدا، لەبەر ئەوە پێویستی بە ژمارەی توێژ و سنوورداری هەیە، کە ئامانجی توێژینەوە دەهێنێتەدی، لەگەڵ ڕەچاو کردنی جۆری گۆڕاوی پچڕپچڕ یان بەردەوام.

2.2.2:-دابەشـکردنی دووبـارەیی ڕێـژەیی : (proportionate frequency distribution)

دووبارەبوونـەوە ڕێژەییـەکان بریتییـە لـە دووبارەبوونەوەی fi، کە بە ڕێژەی سەدی گوزارشـتی لـێ دەکرێـت، ئەمـەش دەتوانرێـت بەدەست بهێنرێت لـە ڕێگـای دابەشـکردنی دووبارەبوونـەوەی هـەر توێـژێك لەسـەرجەمی دووبارەیی هەمووەکی دا(n).واتە:-

$$f_i^* = \frac{f_i}{n}.100 \qquad \cdots \quad (2.6)$$

نموونـــە:(3.2):- دابەشـــکردنی دووبـــارەیی رێـــژەیی بـــۆ نموونـــەی پێشـــوو بدۆزەرەوە(2.2):

شیکار:- دەتوانرێـت دابەشـکردنی دووبـارەیی رێـژەیی بـە دەسـت بهێنرێـت لـە ڕێگـای دابەشـکردنی دووبـارەیی هـەر توێـژێك لەسـەر سـەرجەمی دووبـارەیی هـەمووەکی(60) واتە:-

$$f_i^* = \frac{f_i}{n}.100$$

$$f_1^* = \frac{f_1}{n}.100 = \frac{1}{60}.100 = 1.667$$

$$f_2^* = \frac{f_2}{n}.100 = \frac{14}{60}.100 = 23.333$$

$$f_7^* = \frac{f_7}{n}.100 = \frac{4}{60}.100 = 6.667$$

دەتوانرێت لە میانەی ئەم خشتەیە پوخت بکرێتەوە:-

f_i^* دووبارەی ڕێژەیی (ژمارەی پارچە زەوییەکان)	f_i دووبارە (ژمارەی پارچە زەوییەکان)	توێژەکان(بڕی بەرهەمی گەنم بە تەن)
1.667	1	26.70-17.83
23.333	14	35.56-26.70
33.333	20	44.42-35.56
13.334	8	53.28-44.42
11.667	7	62.15-53.28
10	6	71.02-62.15
6.667	4	79.88-71.02
100	60	سەرجەم

ئەمەش مانەی ئەوەیە، کە1.667%ی پارچە زەوییەکان بەرهەمییان لە نێوان 17.83تەن بۆ کەمتر لە23.333% پارچە زەوییەکان بەرهەمییان لە نێوان 26.70 تەن بۆ کەمتر لە 35.56 تەنە، بەم شێوەیە سەبارەت بەوانی تر... بۆ زانینیش سەرجەمی دووبارەیی ڕێژەیی پێویستە بە (100)یەکسان بێت .

3.2.2 :- دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوەیی Cumulative Frequency (Distribution):

بریتییە لەو دابەش بوونەی، کە بڕی دووبارەیی کۆکراوەیی لە بەهایەکی دیاریکراو لە بەهاکانی بینەران دەکات، ئەمەش بریتییە لە دوو جۆر:

یەکەم:- دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوەیی بەرز بوۆوە:- ئەمەش کەڵکە بوونی دووبارەیی ڕوون دەکاتەوە هەر لە توێژی یەکەمی خشتەکە تا دوا توێژەکەی، ئەمەو دووبارەیی کۆکراوە لە سەر بنچینەی سنووری بەرزی توێژەکان دیاری دەکات.واتە:

$$
\begin{aligned}
F_1 &= f_1 \\
F_2 &= f_1 + f_2 \\
&\vdots \\
F_m &= f_1 + f_2 + \cdots + f_m \qquad \cdots \quad (2.7)
\end{aligned}
$$

دەتوانرێت دابەش کردنی دووبارەیی کۆکراوەیی بەرزبۆو fl بگۆڕدرێت بۆ دابەش کردنی دووبارەیی بەرزبۆوەی ڕێژەیی flئەویش بەپێ ی ئەم دەقەی خوارەوە:-

$$F_i^* = \frac{F_i}{n}.100 \qquad \cdots \quad (2.8)$$

نموونە 4.2: بە پشت بەستن بە نموونە1.2 دابەش کردنی دووبارەیی کۆکراوەیی بەرزبۆوەی ڕێژەیی بدۆزەوە:

دووبارە f_i (ژمارەی کرێکار)	توێژەکان (کرێ)	زنجیرەی توێژ
5	29-26	1
12	33-30	2
11	37-34	3
9	41-38	4
5	45-42	5
3	49-46	6

شیكار :- لە میانەی نموونەی 1.2 ئەم خشتەی خوارەوەمان هەیە دابەش کردنی دووبارەیی کۆکراوەی بەرز بۆوە هەیە، ئەویش بەم شێوەیەی:-

$$F_1 = f_1 = 5$$

$$F_2 = f_1 + f_2 = 5 + 12 = 17$$

$$\vdots$$

$$F_m = f_1 + f_2 + \cdots + f_m = 5 + 12 + \cdots + 3 = 45$$

بەدابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوەیی بەرز بۆوەی ڕێژەیی بەم شێوەیە دەبێت:-

$$F_i^* = \frac{F_i}{n}.100$$

$$F_1^* = \frac{F_1}{n}.100 = \frac{5}{45}.100 = 11.111$$

$$F_2^* = \frac{F_2}{n}.100 = \frac{17}{45}.100 = 37.778$$

$$\vdots$$

$$F_6^* = \frac{F_6}{n}.100 = \frac{45}{45}.100 = 100$$

زنجیرەی توێژ	توێژەکانی(کرێ)	دووبارەیی (ژمارەی کرێکار	دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە	دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوەی ڕێژەیی
1	29-26	5	5	11.111
2	33-30	12	17	37.778
3	37-34	11	28	62.222
4	41-38	9	37	82.222
5	45-42	5	42	93.333
6	49-46	3	45	100

ئەمەش مانەی ئەوەیە، کە ژمارەی ئەو کرێکارانەی کرێیان لە(37)هەزار کەمترە بریتییە لە(28) کرێکار، و ئەو کریکانەی کرێیان لە(45) هەزار دینار کەمترە ژمارەییان (42)کرێکارە، هەروەها ڕێژەی ئەو کرێکارانەی کرێیان لە (37) هەزار دینار کەمترە بریتییە لە (62.222٪)، ژمارەی ئەو کرێکارانەی کری یان لە (45) هەزار دینار کەمترە بریتییەلە(333 . 93٪).

تێبینی:- ئەگەر بێتو داتاکان لە جۆری پچڕپچڕ بێت (هەروەکو نموونەی سەرەوە)، ئەوا دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوەو ڕێژەیی یەکسانە یان کەمترە لە بەرزترین ڕادەی توێژەکە، لە هەمان کاتدا ئەگەر بێتو داتاکان لە جۆری بەردەوام بن، دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە و ڕێژەیی کەمترە لە بەرزترین ڕادەی توێژەکە.

دووەم:- دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوە: ئەمەش کە میوونەوەی دووبارەیی ڕوون دەکاتەوە، کەلەتوێژی یەکەمی خشتەکە دەست پێ دەکات و بە دوا توێژی کۆتایی پێ دێت، هەژمارکردنی دووبارەیی کۆکراوەیی لەسەر بنچینەی سنووری نزمی توێژەکان دەبێت.واتە:-

$$F_1' = n$$

$$F_2' = n - f_1$$

$$\vdots$$

$$F_m' = n - f_1 - f_2 - \cdots - f_{m-1} = f_m \qquad \cdots \quad (2.9)$$

دەتوانرێت دابەشکردنی کۆکراوەی نزم بۆوەی fi بگۆردرێت بۆ دابەشکردنی کۆکراوەی نزم بۆوەی ڕێژەیی fi ئەویش لە میانەی ئەم دەقەی خوارەوە:-

$$F_i'^{*} = \frac{F_i'}{n}.100 \qquad \cdots \quad (2.10)$$

نموونه(5.2): به پشت بەستن به نموونـه (1.2) دابەشـکردنی دووبـارەیی کـۆکراوەی نزم بۆوەو ڕێژەیی بدۆزەرەوە؟

ناوەندی تویژەکان	دووباره f_i (ژمارەی کرێکار)	تویژەکان (اکری)	زنجیرەی تویژ
27.5	5	29-26	1
31.5	12	33-30	2
35.5	11	37-34	3
39.5	9	41-38	4
43.5	5	45-42	5
47.5	3	49-46	6

شیکار: دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوە، دەتوانرێت بە دەست بهێنرێت لە میانەی ئەمانەی خوارەوە:

$$F_1' = n = 45$$

$$F_2' = n - f_1 = 45 - 5 = 40$$

$$\vdots$$

$$F_m' = n - f_1 - f_2 - \cdots - f_{m-1} = 45 - 5 - 12 - \cdots - 5 = 3 = f_m$$

دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوەی ڕێژەیی، دەتوانرێت بە دەست بهێنرێت لە میانەی ئەمانەی خوارەوە:

$$F_i'^{*} = \frac{F_i'}{n}.100$$

$$F_1'^{*} = \frac{F_1'}{n}.100 = \frac{45}{45}.100 = 100$$

$$F_2'^{*} = \frac{F_2'}{n}.100 = \frac{40}{45}.100 = 88.889$$

$$\vdots$$

$$F_6'^{*} = \frac{F_6'}{n}.100 = \frac{3}{45}.100 = 6.667$$

دەتوانرێت لە میانەی ئەم خشتەیە پوخت بکرێتەوە:-

زنجیرەی توێژ	توێژەکان (کرێ)	f_i دووبارە (ژمارەی کرێکاران)	دووبارەی کۆکراوەیی F_i' نزمبۆوە	دووباری کۆکراوەیی نزمبۆوەی $F_i'^*\%$ ڕێژەیی
1	29-26	5	45	100
2	33-30	12	40	88.889
3	37-34	11	28	62.222
4	41-38	9	17	37.778
5	45-42	5	8	17.778
6	49-46	3	3	6.667

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە ژمارەی ئەو کرێکارانەی کرێی هەفتانەیان(34) هەزار دینار بە سەرەوەیە بریتییە لە (28) کرێکار، هەروەها ژمارەی ئەو کرێکارانەی کرێ ی هەفتانەیان (42) هەزار دینار بەسەرەوەیە بریتییە لە(8)کرێکار، ڕێژەی ئەو کرێکارانەی (34) هەزار دینار بە سەرەوەییان هەیە بریتییە لە(62،222٪) وڕێژەی ئەو کرێکارانەی کرێ ییان لە (42) هەزار دینارە بەسەرەوەیە بریتییە لە(17.778٪)، هەروەها دەتوانرێت دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوەیی بەرزبۆوەو نزم بۆوە لەدۆخی گۆڕاوە جۆرەکان دروست بکرێت، ئەویش لەمیانەی کۆکردنەوە یان کەمکردنەوەی دووبارەبوونەوەکان بەپێ ی ئاستەکانی ئەو گۆڕاوە، هەر وەکو لەمیانەی ئەم نموونەییە روون کراوەتەوە:

نموونە(6.2): ئەمەش بژاردەیەکی ڕەمەکییە و لە(50)کەس بەپێ ی ئاستی زانستی پێك هاتووە: داواکاری خشتەی دابەشکردنی دووبارەیی بەرزبۆوەو نزم بۆوە دروست بکە؟

ئاستی زانستی	ژمارەی کەسەکان
دەخوێنێت و دەنووسێت	7
سەرەتایی	11
ناوەندی	15
ئامادەیی	9
کۆلێژ	8

شیکار: کۆکردنـەوەی دووبـارەیی لەئاسـتی یەکـەم بەخوێندنـەوەو نوسـین دەست پێدەکات:-

F′	شێوازی کەمکردنەوە	F	شێوازی کۆکردنەوە	ژمارەی کەسەکان f_i	ئاستی زانستی
50	هەموو ئاستەکان	7	دەخوێنێت و دەنووسێت	7	دەخوێنێت و دەنووسێت
43	کۆلیژ و ئامادەیی و ناوەندی و سەرەتایی	18	دەخوێنێت و دەنووسێت سەرەتایی	11	سەرەتایی
32	کۆلیژ و ئامادەیی و ناوەندی	33	دەخوێنێت و دەنووسێت وسەرەتایی و ناوەندی	15	ناوەندی
17	کۆلیژ و ئامادەیی	42	دەخوێنێت و دەنووسێت وسەرەتایی و ناوەندی و ئامادەیی	9	ئامادەیی
8	کۆلیژ	50	هەموو ئاستەکان	8	کۆلیژ

3.2 :خستنەرووی هێلکاری داتـاکان:

ئامرازەکانی خستنە رووی هێلکاری (شێوەو وێنەی هێلکاری) ئەمەش دەکەوێتە نێو ئامرازەکـانی ئامـاریی باسـەنی، ئەمـەش بـۆ ڕێکخسـتن و پوختـەکردن و خسـتنە ڕووی داتاکانەوەیـە، ئەمـەش بـەدیلی خشـتەی دووبـارەیی دەگەیـەنێت، یـان تـەواوکاری، ئـەم ئامرازانەش بەئاسان و کاریگەر لەخستنە ڕووی داتاکـان دادەنرێـت، و پێـدانی وێنەیـەکی ڕوون و ئاشکرا (بیرۆکەیەکی خێرا) لەو ئامرازانەی کەبەکارهێنراوە:

یەکەم :لەدۆخی بوونی داتـاکانی ڕیزکراودا:

1- پلیکانی دووبارەیی:(Histogram)

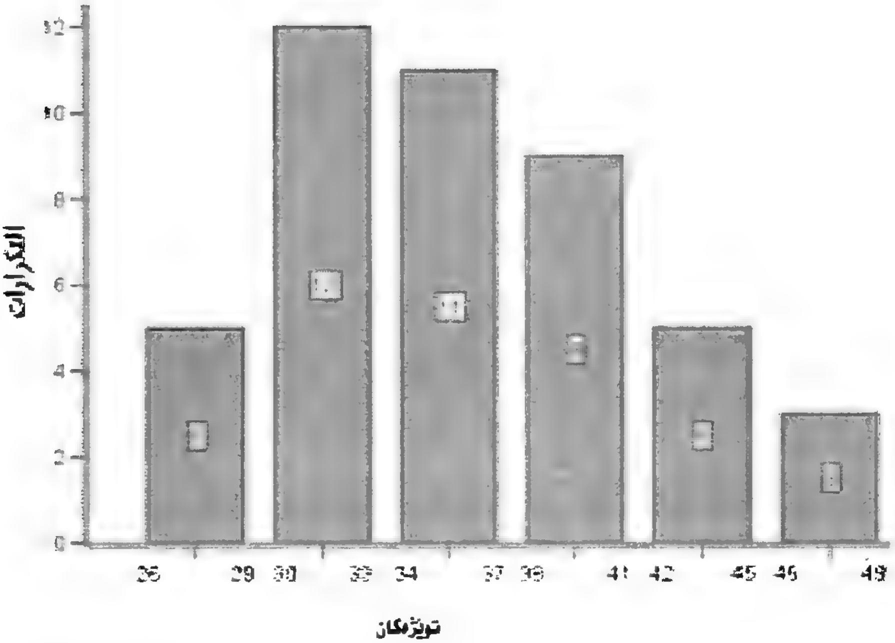
بریتییە لەنوێنەربونی داتاکان بەبەکارهێنانی کۆمەڵێك لاکێشەی پێکەوە لکاو لـەدۆخی داتا بەردەوامەکاندا و لاکێشەی پێکەوە نەلکاو لەدۆخی داتا پچڕپچڕەکان دایە، بەجۆرێك ڕێسای هەریەکە یـان یەکسـان دەبێـت بەدرێـژی توێـژەکان و بەرزیشـی یەکسـان دەبێـت بەدووبارەییەکانی (یان دووبارەیی ڕێـژەیی) ئەمـەش ئاسـانترین ڕێگایـە بـۆ نوێنەرایـەتی کردنـی دابەشـکردنی دووبـارەیی و ڕووبەرەکـەی بەشـێوەیەك هـاوکۆك بێـت، لەگـەڵ

دووبارەیی هەمووەکی بۆ دابەشکردن، بەجۆرێك سەرجەمی رووبەری لاکێشەکان یەکسان بێت، بەسەرجەمی هەمووەکی دووبارەییەکان.

نموونە :(2-7) بەکارهێنانی پلیکانی دووبارەیی بۆ نوینەرایەتی کردنی داتا ریزکراوەکان لە نموونەی(2–1):

دووبارە f_i (ژمارەی کرێکاران)	تویژەکان(کرێ)	زنجیرەی تویژ
5	29-26	1
12	33-30	2
11	37-34	3
9	41-38	4
5	45-42	5
3	49-46	6

شیكار:- بەهۆی ئەوەی داتاکان لە جۆری پچڕ پچڕن، بۆیە پلیکانە دووبارەیی لەلاکیشەی نەلکێنراو پێك دێت هەروەکو لەم شێوە هێلکاریەیی خوارەوە روون کراوەتەوە :

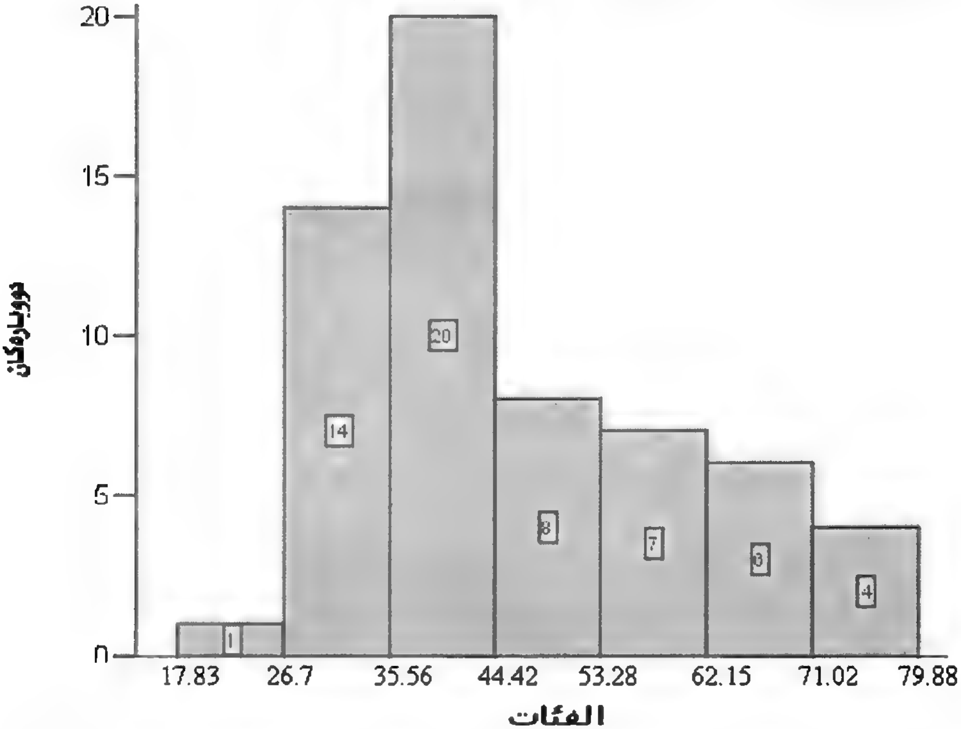


شێوەی(1.2) پلیکانی دووبارەیی بۆ 45 کرێکار بە پێی کرێی رۆژانە

نموونە: (2_8): بەکارهێنانی پلیکانی دووبارەیی کە نوێنەرایەتی داتاکانی ریزکراو لەنموونەی (2_2)دەکات :

زنجیرەی تویژ	تویژەکان (بڕی بەرهەمی گەنم بە تەن)	دووبارە f_i (ژمارەی پارچە زەوییەکان)	ناوەندی تویژەکان
1	26.70-17.83	1	22.27
2	35.56-26.70	14	31.13
3	44.42-35.56	20	39.00
4	53.28-44.42	8	48.86
5	62.15-53.28	7	57.73
6	71.02-62.15	6	66.59
7	79.88-71.02	4	75.46

شیکار: بەهۆی ئەوەی داتاکان لە جۆری بەردەوامن، بۆیە پلیکانی دووبارەیی لەلاکێشەی پێکەوەلکاو پێك دێت هەروەکو لەم هێلکارییە ڕوون کراووەتەوە :



شێوەی(2.2) پلیکانی دووبارەیی بۆ 60 پارچە زەوی بە پێی بەرهەمی گەنم

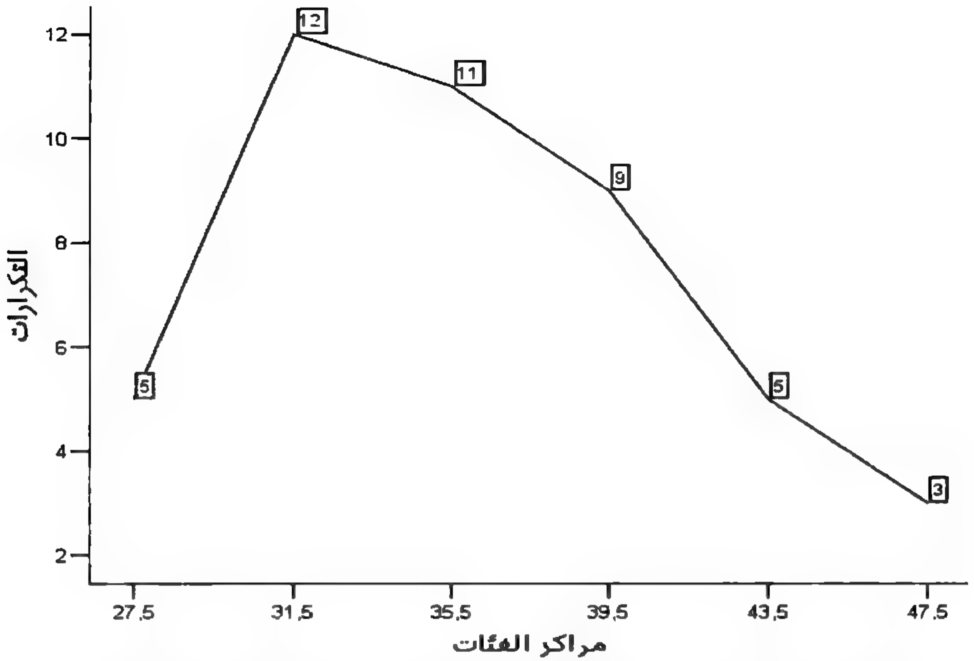
تێبینی: هەندێك جار هەیە توێژەکانی دابەشکردن لە درێژی نایەکسانن، بۆیە پێویستی بەئەنجامدانی دەستکاری دووبارەبوونەکان هەیە، ئەویش لەمیانەی دابەشکردنی دووبارەیی بنەرەتی لەسەر درێژی تویژ دەبێت، تا تێکرای دووبارەیی بەدەست بهێنین .

2) زنجیرە هێڵە راستی دووبارەیی (Frequency Polygon)

بریتییە لەشێوەی هێلکاری بە بەکارهێنانی زنجیرە هێڵە راستی دووبارەیی، کە خاڵی توێژەکان بەیەك دەگەیەنێت لەبەرامبەر دووبارەبونەوەکان رێژەیی، ئەویش لە میانەی ناوەندی توێژەکان، کە نوێنەرایەتی تەوەرەی ئاسۆیی و دیاریکردنی خاڵەکان دەکات، کە لەبەرامبەرەکەی ناوەندی هەر توێژێك لەتەوەرەی ستوونی، ئینجا دوای ئەوە هێڵە راستەکان لەنێوان خاڵەکان بەیەك دەگەیەنێت، دەتوانرێت هێڵکاری زنجیرە هێڵی راستی دووبارەیی لەمیانەی پلیکانی دووبارەیی بکێشرێت، ئەویش لە رێگای پۆلین کردنی رێسا بەرزەکانی لاکێشەکانی پلیکانی دووبارەیی ئەنجام بدرێت، دوای ئەوەی خاڵەکان بە هێڵی راست بەیەك دەگەینرێت، بەمەش زنجیرە هێڵی راستی دووبارەیی دێتە دەست، هەروەکو لەم نموونەیە روون کراوەتەوە.

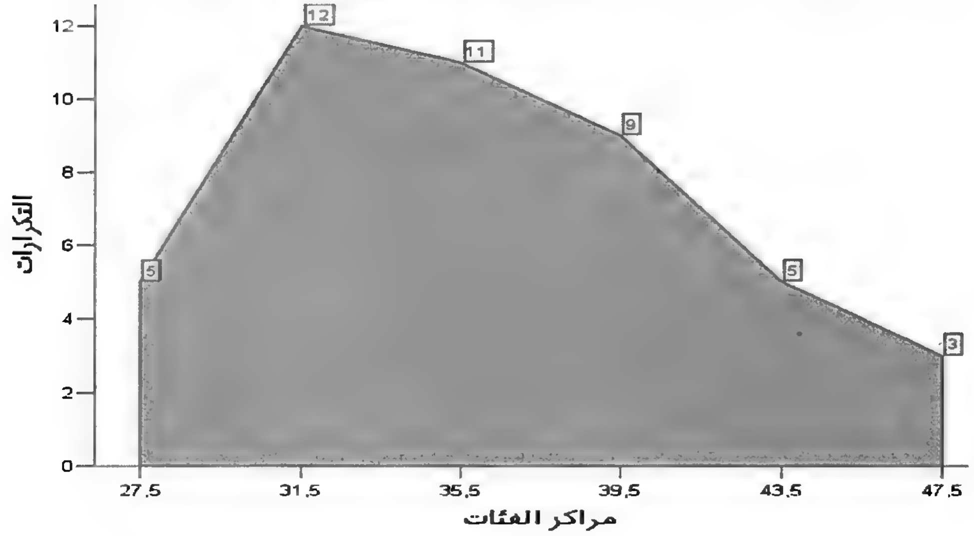
نموونە(9.2): بەپشت بەستن بەنموونەی (1.2) هێڵکاری زنجیرە هێڵی راستی دووبارەیی بکێشە:

زنجیرەی توێژ	توێژەکان (کرێ)	دووبارەکان f_i (ژمارەی کرێکاران)	سەنتەری توێژەکان
1	29-26	5	27.5
2	33-30	12	31.5
3	37-34	11	35.5
4	41-38	9	39.5
5	45-42	5	43.5
6	49-46	3	47.5



شێوەی(3.2) زنجیرە ڕاستە هێڵی دووبارەیی بۆ 45 کرێکار بە پێی کرێی ڕۆژانە

هەروەها دەتوانرێت زنجیرە هێڵی راستی دووبارەیی لەنموونەی پێشوو لەسەر شێوەی رووبەر بخرێتەروو ،کە نوێنەرایەتی قەبارەی دووبارەبوونەکان بەم شێوەیە دەکات :



شێوەی(4.2) زنجیرە ڕاستە هێڵی دووبارەیی(لە سەر شێوەی ڕوویەر) بۆ 45 کرێکار بە پێی کرێی ڕۆژانە

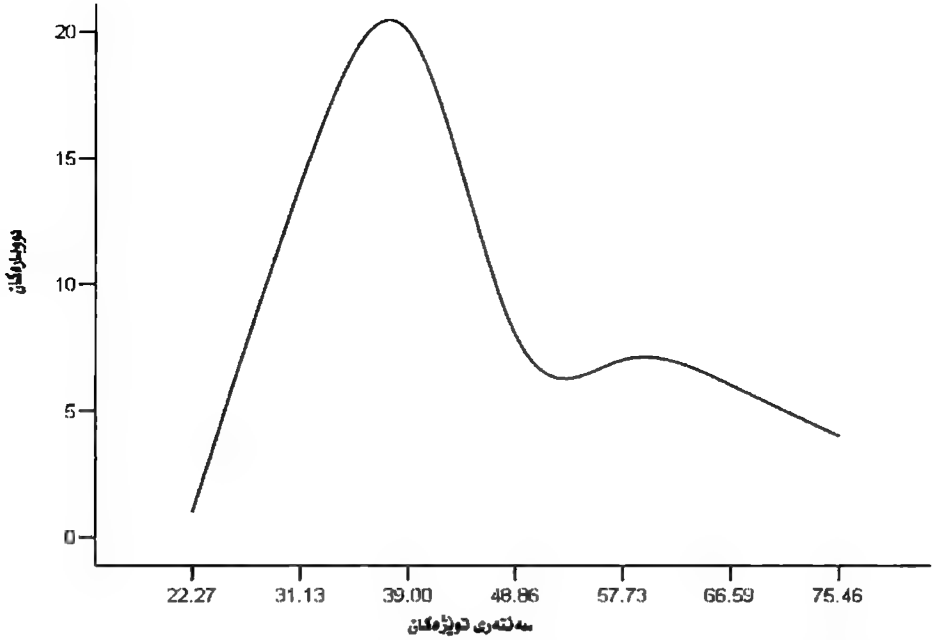
3-چەماوەی دووبارەیی :

ئەمەش ڕێگایەکی هاوشێوەی هێلکاری زنجیرە هێڵی راستی دووبارەییە، بەلآم لێرەدا لەجیاتی ئەوەی خاڵەکان بەهێڵی راست بگەیەنین، دەبیَ چەماوەی بەردەوام بەهەموو خاڵەکان تێپەڕبێت، ئەمەش لەداتا بەردەوامەکان بەکاردەهێنرێت، لێرەدا چەماوەی دووبارەیی لەمیانەی ئەم خشتەیەڕوون بکەینەوە :

نموونە :(10.2) بەپشت بەستن بەنموونەی (2.2)چەماوەی دووبارەیی بکێشە :

سەنتەرەکانی توێژ	f_i دووبارەکان (ژمارەی پارچە زەوی)	توێژەکان (بڕی بەرهەمی گەنم بە تەن)	زنجیرەی توێژ
22.27	1	26.70-17.83	1
31.13	14	35.56-26.70	2
39.00	20	44.42-35.56	3
48.86	8	53.28-44.42	4
57.73	7	62.15-53.28	5
66.59	6	71.02-62.15	6
75.46	4	79.88-71.02	7

شیکار: دەتوانرێت چەماوەی دووبارەیی بۆ داتا بەردەوامەکان بەم شێوەیە بکێشرێت :



شێوەی(5.2) چەماوەی دووبارەیی بۆ 60 پارچە زەوی بە پێی بەرهەمی گەنم

4- چەماوەی دووبارەیی کۆکراوە:

بەمەبەستی کێشانی چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە، ئەوا پێویستە یەکەمجار خشتەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە دروست بکەین، ئینجا خاڵەکان لەسەر تەوەرەی ئاسۆیی بەسنووری توێژی بەرز دیار بکەین، بەڵام خاڵەکانی سەر تەوەرەی ستوونی بە دووبارەیی کۆکراوەی بەرز بۆوە (یان دووبارەیی بەرزبۆوەی رێژەیی) دیاردەکرێت .

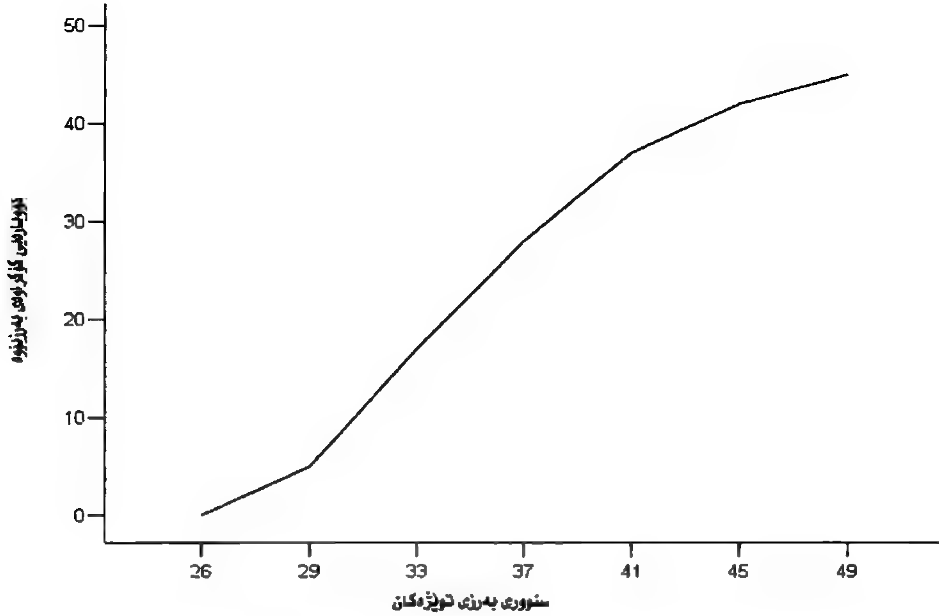
نموونە (11.2) : بەپشت بەستن بەنموونەی (1.2) چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە یان رێژەی دروست بکە:

زنجیرەی توێژ	توێژەکان (کرێ)	دووبارەکان f_i (ژمارەی کرێکاران)	دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە F_i	دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە ی رێژەیی $F_i^*\%$
1	29-26	5	5	11.111
2	33-30	12	17	37.778
3	37-34	11	28	62.222
4	41-38	9	37	82.222
5	45-42	5	42	93.333
6	49-46	3	45	100

شیکار : سنووری بەرزی توێژەکانمان هەیە، کە بریتییە لەتەوەرەی ئاسۆیی و لە بەرامبەر دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە، کە نوێنەرایەتی تەوەرەی ستونی دەکات، واتا:

زنجیرەی توێژ	سنووری بەرزی توێژەکان	F_i دووبارەی کۆکراوەی بەرزبۆوەی
1	29	5
2	33	17
3	37	28
4	41	37
5	45	42
6	49	45

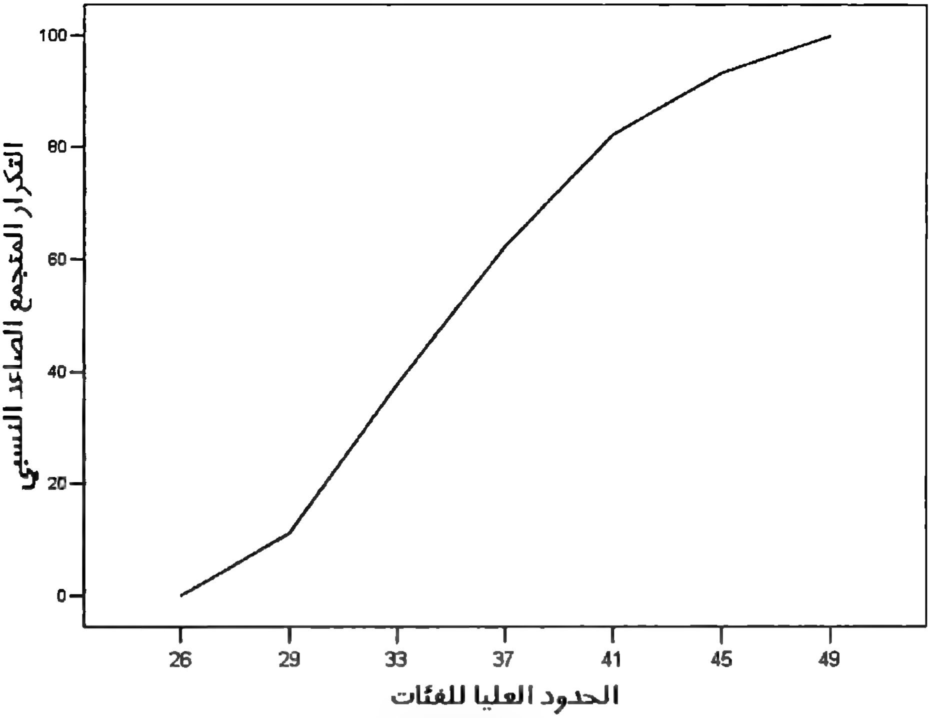
واباشە چەماوە دابخرێت ،سەرباری نزمترین رادەی توێژی یەکەم لە بەرامبەر سفر ئەم شێوەی خوارەوە چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە نیشان دەدات:



شێوەی(6.2) چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە بۆ 45 کرێکار بە پێی کرێی ڕۆژانە

بەهەمان ڕێگای سەرەوە دەتوانین چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوەی ڕێژەیی دروست بکەین، هەروەکو لەم شێوەیە ڕوون دەبێتەوە :

$F_i^*\%$ دووبارەی کۆکراوەی بەرزبۆوەی ڕێژەیی	سنووری بەرزی توێژەکان	زنجیرەی توێژ
11.111	29	1
37.778	33	2
62.222	37	3
82.222	41	4
93.333	45	5
100	49	6



شێوەی(7.2) چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوەی ڕێژەیی بۆ 45 کرێکار بە پێی کرێی ڕۆژانە

بۆ مەبەستی نوێنەرایەتی کردنی چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوەو ڕێژەیی، سنووری نزمترین توێژەکان دیاردەکرێت، دوای ئەوە خاڵەکان دیاردەکرێت کە بریتییە لە (سنووری نزمی توێژەکان، دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوە)، وا باشیشە ئەو چەماوەییە دابخرێت، سەرباری بەرزترین رادەی دوا توێژ لە بەرامبەر سفر، ئەم نموونەیەش ئەمە ڕوون دەکاتەوە:

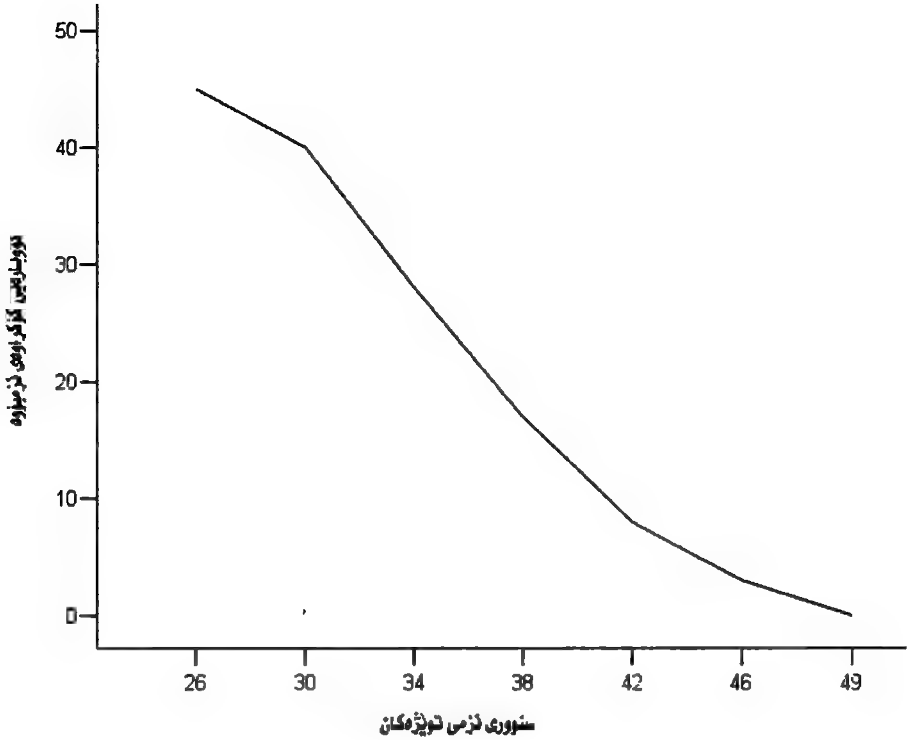
نموونە (12.2): بە پشت بەستن بەنموونەی (1.2) چەماوەی دووبارەیی نزم بۆوەو ڕێژەیی بکێشە واتە بۆ خشتەی دووبارەیی خوارەوە:

زنجیرەی توێژ	توێژەکان(کرێ)	دووبارە f_i (ژمارەی کرێکاران)	دووبارەی کۆکراوەی نزمبۆوەی F_i'	دووبارەی کۆکراوەی نزمبۆوەی ڕێژەیی $F_i'^{*}\%$
1	29-26	5	45	100
2	33-30	12	40	88.889
3	37-34	11	28	62.222
4	41-38	9	17	37.778
5	45-42	5	8	17.778
6	49-46	3	3	6.667

شیکار : یەکەمجار سنووری نزمی توێژەکان دیاربکە، لەگەڵ بەرزترین ڕادەی توێژی کۆتایی بەرامبەر دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوە واتە :

زنجیرەی توێژ	توێژەکان (کرێ)	دووبارەی کۆکراوەی نزمبۆوە F_i'
1	26	45
2	30	40
3	34	28
4	38	17
5	42	8
6	49-46	3

ئەم شێوەی خوارەوە چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوە ڕوون دەکاتەوە :

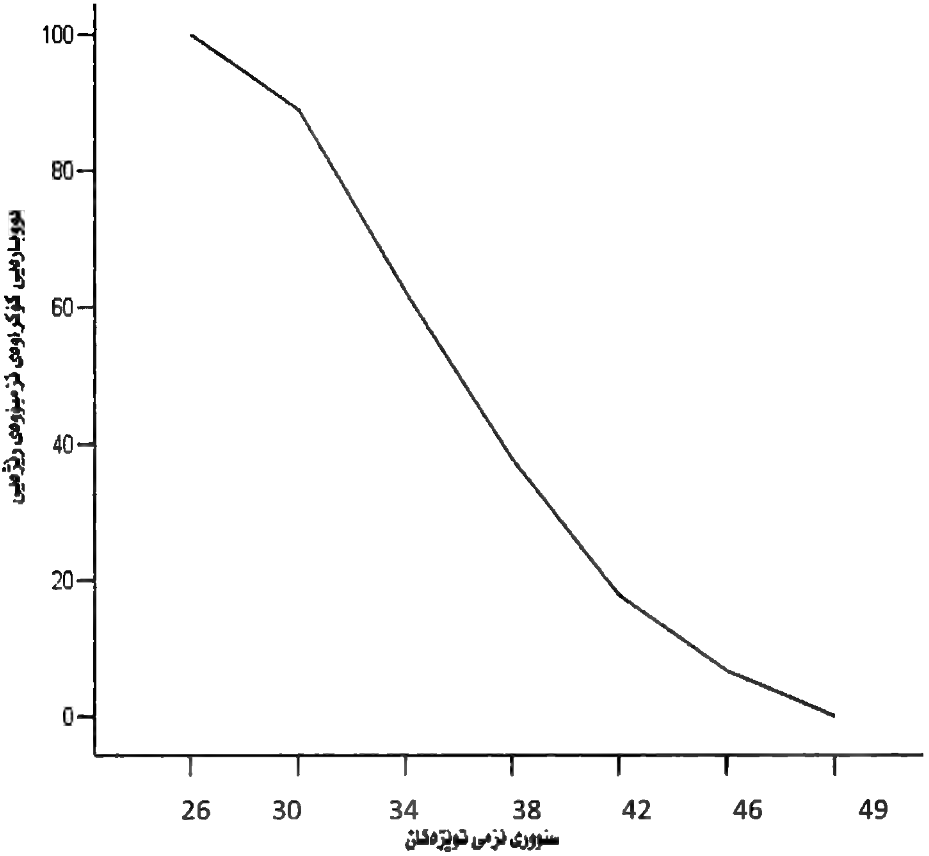


شێوەی(8.2) چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی نزمبۆوە بۆ 45 کرێکار بە پێی کرێی ڕۆژانە

بۆ کێشانی چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوەی ڕێژەیی، پێویستە سنوری نزمی توێژەکان دیاربکرێت، لەگەڵ دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوەی ڕێژەیی ،واتە :

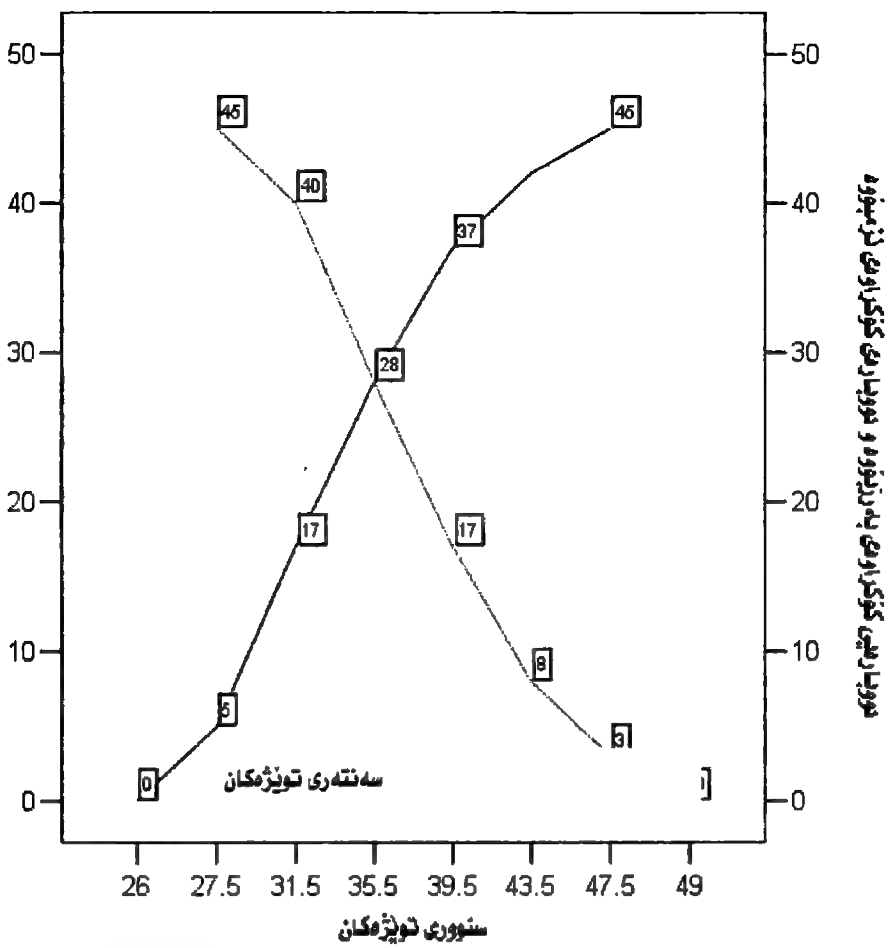
زنجیرەی توێژ	توێژەکان (کرێ)	$F_i'^{*}\%$ دووبارەی کۆکراوەی نزمبۆوەی ڕێژەیی
1	26	100
2	30	88.889
3	34	62.222
4	38	37.778
5	42	17.778
6	49-46	6.667

ئەم شێوەی خوارەوە ئەمە ڕوون دەکاتەوە:



شێوەی(9.2) چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی نزمبۆوەی ڕێژەیی بـۆ 45 کرێکـار بـە پێی کرێی ڕۆژانە

تێبینی : هەندێك جار وا پێویست دەكات كێشانی چەماوەی دووبارەیی كۆكراوەی بـەرز بۆوەو نزم بۆوە بەرامبـەر ناوەنـدی توێـژەكان لەیـەك شـێوەدا هـەروەكو لـەم شـێوەیەدا بەدیار دەكەوێت، ئەویش بەپشت بەستن بەداتاكانی نموونەی (1.2):



شێوەی(10.2) چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە و نزمبۆوە بۆ 45 کرێکار به پێی کرێی ڕۆژانه

دووەم : له دۆخی داتا ناڕیزکراوەکان : دۆخی داتا نا ڕیزکراوەکان بریتییه له :

1_ ستوونه هێڵکارییەکان :

ئەمەش له خستنەرووی داتا جیاجیاکان بەکاردەهێنرێت بەهەمان شێوه له داتا باسه نییەکانیش بەکاردەهێنرێت ،(Bar charts)

بۆ ئەمەش ژمارەیەك شێوەی جیاجیای هەیە، لەوانه :

أ_ ستوونی هێڵکاری سادە :

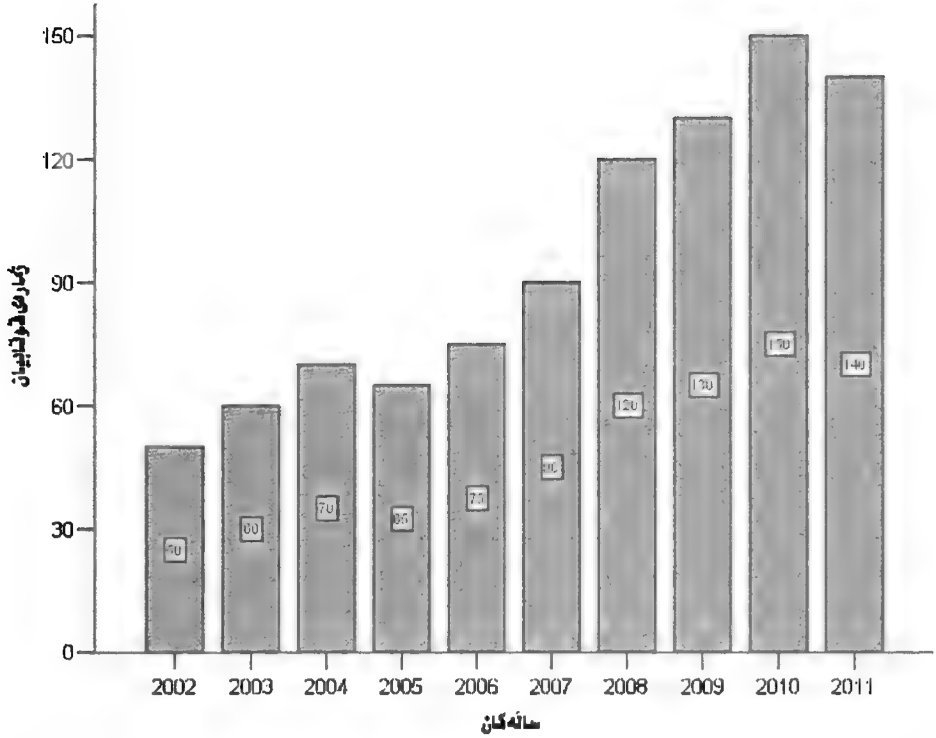
ئەمەش لەنوێنەرایەتی کردنی بەهای داتاکانی تاکە دیاردەیەکی لێکۆڵینەوە بەکار دەهێنرێت، جاری وا هەیە ئەو داتایانە دابەشکراوە لە بەرامبەر کات (زنجیرەی زەمەن)، یان زنجیرەی یەکەکانی بەرهەم ....هتد.

نموونە(13 .2) : ستوونی هێڵکاری بۆ نوێنەرایەتی کردنی ژمارەی قوتابیە وەرگیراوەکان لە بەشی ئابووری لە ماوەی (10) ساڵ بەکاربهێنە.

سال	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
ژمارەی قوتابیان	50	60	70	65	75	90	120	130	150	140

شیکار :- دەتوانرێت ستوونی هێڵکاری لە نوێنەرایەتی داتاکانی ئەو خشتەیە بەکار بهێنرێت، ئەویش

لەمیانەی گریمانی ئەوەی ساڵ بریتییە لە تەوەرەی ئاسۆیی و لە بەرامبەردا ژمارەی قوتابیانی وەرگیراو لە بەشی ئابووری بریتییە لە تەوەرەی ستوونی کە لەم شێوە بەیانییە ڕوون کراوەتەوە:

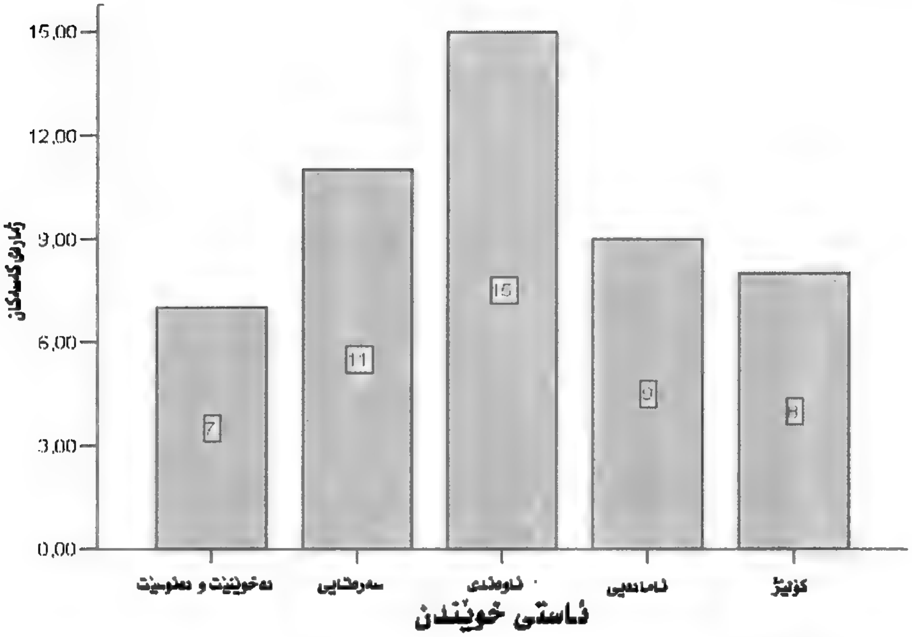


شێوەی(11.2) ستوونی بەیانی بۆ ژمارەی قوتابیانی وەرگیراو لە بەشی ئابووری لە نێوان ماوەی(2011-2002)

نموونە :-(14.2):- ستوونی هێلکاری لەنوێنەرایەتی کردنی ئاستی زانستی بۆ داتاکان نموونە (6.2) بەکاربهێنە :-

ئاستی زانستی	ژمارەی کەسەکان
خوێندنەوە و نووسین	7
سەرەتایی	11
ناوەندی	15
ئامادەیی	9
کۆلێژ	8

شیکار :- ئاستی زانستی بریتییە لە تەوەرەی ئاسۆیی لەبەرامبەر ئەوەدا ژمارەی کەسەکانی لێکۆڵینەوەکە دەکەوێتە تەوەرەی ستوونی، هەروەکو لەم شێوەیەدا ڕوون کراوەتەوە :-



شێوەی(12.2) ستوونی بەیانی بۆ ژمارەی کەسەکان بە پێی ئاستی خوێندن

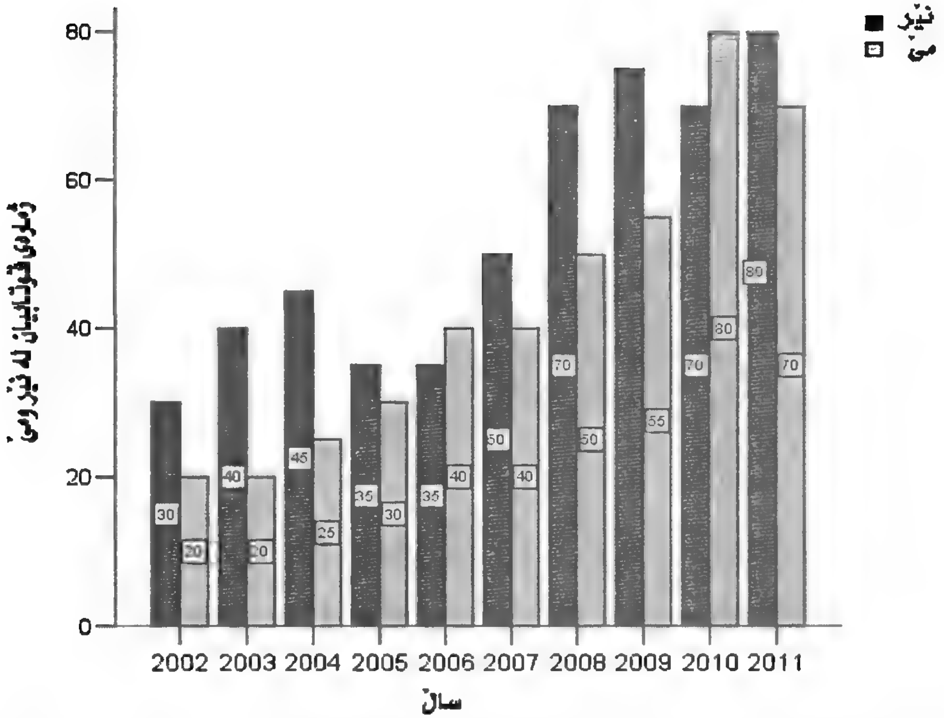
ب- ستونی هێلکاری ئاوێتەیی :-

بۆ نوێنەرایەتی بەهای داتای زیاتر لە دیاردەیەکی لێکۆڵینەوە (دوو دیاردە یان زیاتر) بەکار دەهێنرێت.

نموونە :-(15.2) ستوونی هێلکاری ئاوێتەیی بەکاربهێنە، بۆ نوێنەرایەتی کردنی ژمارەی قوتابیانی وەرگیراو لە بەشی ئابووری کە پۆلین کراوە بە پێی نێرو مێ لە ماوەی (2002–2011) هەروەکو لەم خشتەیە بە دیاردەکەوێت :-

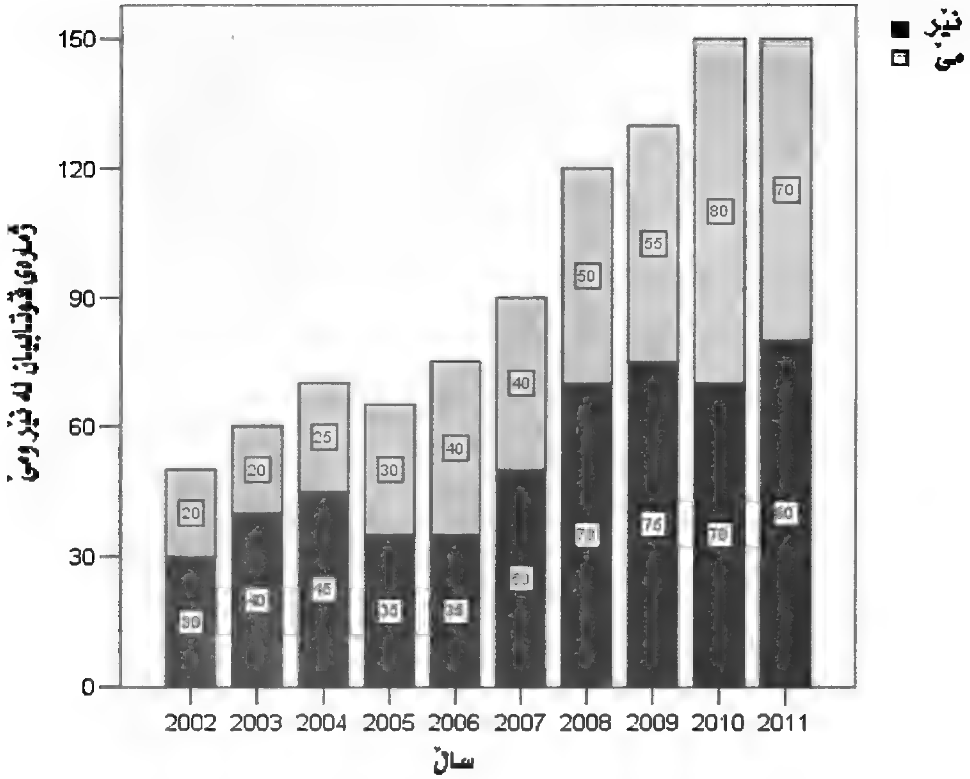
سالّ	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
نێر	30	40	45	35	35	50	70	75	70	80
مێ	20	20	25	30	40	40	50	55	80	70

شیکار :- بۆ کێشانی ستوونی هێڵکاری ئاوێتەیی دەتوانین تەوەرەی ئاسۆیی بریتی بێت لە ساڵەکان، لەهەمان کاتدا تەوەرەی ستوونی بریتییە لە ژمارەی قوتابیانی کوڕو کچ، هەروەکو لەم شێوەیە بەدیاردەکەوێت :-



شێوەی(13.2) ستوونی بەیانی ئاوێتەیی بۆ ژمارەی قوتابیانی وەرگیراو لە بەشی ئابووری بە پێی ڕەگەز لە نێوان ساڵانی(2002-2011)

دەتوانرێت نوێنەرایەتی داتاکان لەشێوەی ستوونەکان دابەش بکرێت بۆ نێرو مێ، هەروەکو لەم شێوەیە ڕوون کراوەتەوە :-



شێوەی(14.2) ستوونی بەیانی ئاوێتەیی(بەشکراو) بۆ ژمارەی قوتابیانی وەرگیراو لە بەشی ئابووری بە پێی ڕەگەز لە نێوان ساڵانی(2002-2011)

2- هێڵکاری بازنەیی :-

ئەمەش لە داتا باسەنییەکان بە کاردەهێنرێت وەك (جۆری کەرتە ئابوورییەکان، دابەش کردنی دانیشتوان، جۆرەکانی کاڵای بەکاربردن ...هتد)، کە بازنەکە بۆ چەند بەشێك دابەش دەکات و ژمارەی یەکسان دەبێت بەکەرتەکانەوە، کە لە ناوبازنەکە نوێنەرایەتی دەکات، بەجۆرێك سەرجەمی ڕووبەری کەرتەکان بریتی دەبێت لەڕووبەری بازنەکە، بەئامانجی دیاریکردنی قەبارەی هەریەك لەو کەرتانە، بۆیە پێویستە گۆشەی هەریەك لەوانە دیار بکرێت، واتە گۆشەی هەر کەرتێك لەو کەرتانە بەم شێوەی خوارەوە دەبێت :-

$$\theta_i = \frac{A_i}{T} \times 360^\circ \qquad \cdots \quad (2.12)$$

نموونە :-(16.2):- یەکێك لە توێژینەوە ئابوورییەکان باسی لە خەرجی خێزانی مانگانە دەکات، کە بریتییە لە بڕی (900) هەزار دینار، و بەم شێوەی خوارەوە دابەشکراوە:- خۆراك (300)، جل وبەرگ (200)، شوێنی نیشتەجێ بوون (250)کارەبا(100)، جۆراوجۆر(50).

داواکاری :- هێڵکاری بازنەیی بکێشە کە نوێنەرایەتی ئەم داتایانەی سەرەوە بکات :

شیکار :- بەبەکارهێنانی دەقی (2.12) دەتوانین هەموو گۆشەی جۆرەکانی خەرجی بە دەست بهێنین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:- ئینجا بەپشت بەستن بەگۆشە هەژمارکروەکان دەتوانین ئەم بازنەیە بەم شێوەیە بکێشین:-

$$\theta_i = \frac{A_i}{T} \times 360^\circ$$

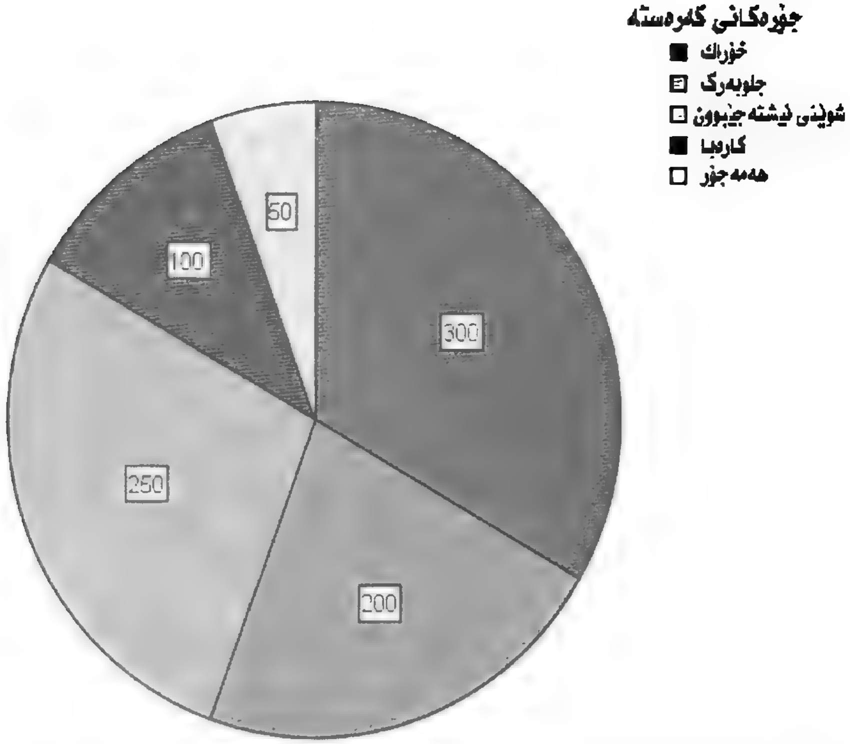
$$\theta_1 = \frac{A_1}{T} \times 360^\circ = \frac{300}{900} \times 360^\circ = 120^\circ$$ خۆراك

$$\theta_2 = \frac{A_2}{T} \times 360^\circ = \frac{200}{900} \times 360^\circ = 80^\circ$$ جلوبەرگ

$$\theta_3 = \frac{A_3}{T} \times 360^\circ = \frac{250}{900} \times 360^\circ = 100^\circ$$ شوێنی نیشتەجێبوون

$$\theta_4 = \frac{A_4}{T} \times 360^\circ = \frac{100}{900} \times 360^\circ = 40^\circ$$ کارەبا

$$\theta_5 = \frac{A_5}{T} \times 360^\circ = \frac{50}{900} \times 360^\circ = 20^\circ$$ هەمەجۆر



شێوەی(15.2): بازنەی بەیانی بۆ خەرجی مانگانەی خێزانەكانی هەرێمی كوردستان

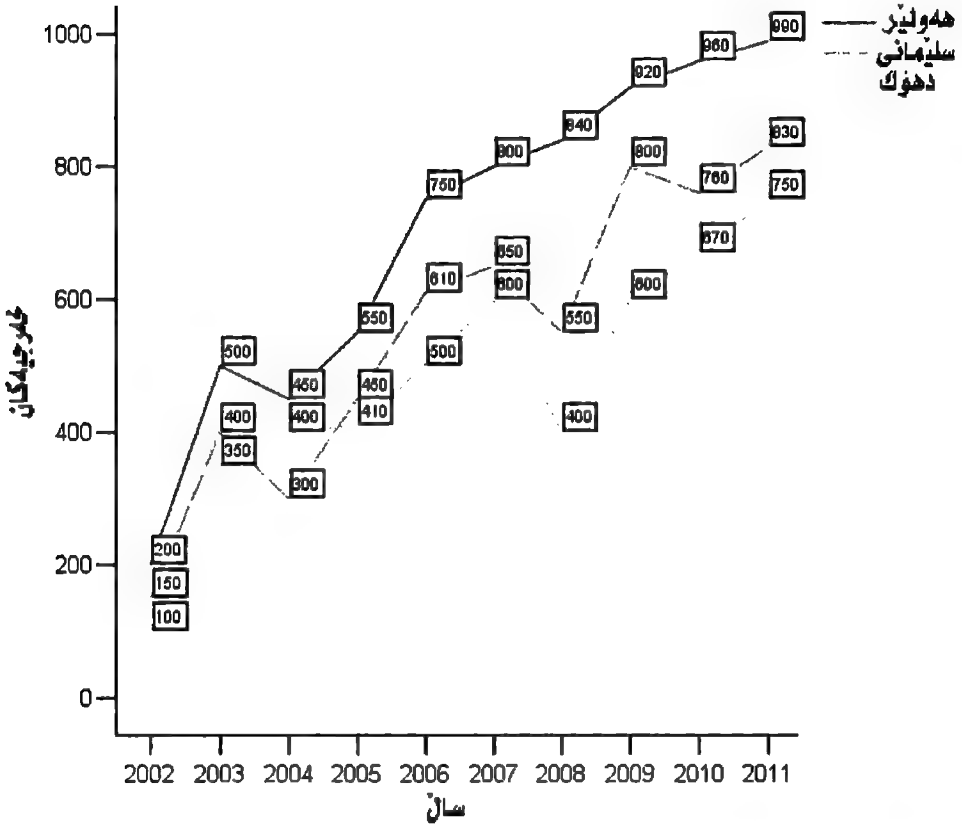
3- هێڵی بـەیانی :- دەتوانرێـت نوێنەرایـەتی دیاردەیـەك یـان ژمارەیـەك دیـاردەی لێكۆڵینەوە بكات، ئـەویش لەمیانـەی مـاوەی زەمـەنی بەشـێوەی هێڵـی بـەیانی دەبێت، هەروەكو لەم نموونەی خوارەوە ڕوون دەبێتەوە:—

نموونـه (17.2):- ئـەم خشـتەی خـوارەوە نوێنەرایـەتی خـەرجی گریمـانی بـۆ شارەوانییەكانی هەرێمی كوردستان لەماوەی (10)ساڵ دەكات .

ساڵ	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
هەولێر	200	500	450	550	750	800	840	920	960	990
سلێمانی	150	400	300	450	610	650	550	800	760	830
دهۆك	100	350	400	410	500	600	400	600	670	750

داواکاری :-هێڵی بەیانی بکێشە، کە نوێنەرایەتی خەرجی گریمانی شارەوانییەکانی هەرێمی کوردستان بۆ ماوەی (10) ساڵ بکات .

شیکار :- دەتوانرێت هێڵی بەیانی بۆ خەرجی گریمانی بۆ شارەوانییەکانی هەرێمی کوردستان بکێشرێت کە تەوەرەی ستوونی بریتییە لەخەرجییەکان و تەوەرەی ئاسۆیشی بریتییە لەساڵەکان، کە بەم شێوەیە کێشراوە:-



شێوەی(16.2): هێڵی بەیانی بۆ خەرجی مانگانەی خێزان لە هەرێمی کوردستان

ڕاهێنانی بەشی دووەم

1-2 : لێکۆڵینەوە لە کێشی (50) قوتابی دەکات، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

27	43	33	37	35	24	23	36	37	19
43	24	23	42	37	33	24	27	43	18
19	33	28	45	23	22	34	30	32	23
42	22	31	33	34	44	31	31	41	34

32	19	35	45	29	45	32	22	34	33

داواکاری:- ئەم داتایانە لە خشتەیەکی دووبارەیی ڕێك بخەو ناوەندی توێژ دەربهێنە

2-2: ئەم داتایانەی خوارەوەمان هەبێت :

12.7	5.8	4.3	13.7	8.5	9.1	7.2	3.8	3.5	3.9
6.4	2.4	2.3	4.2	3.7	3.3	2.3	9.7	4.3	5.8
3.9	3.3	2.8	4.5	2.3	5.2	3.1	3.0	3.2	6.3
4.2	5.2	3.1	3.3	5.4	4.4	3.9	3.1	4.7	8.4

داواکاری بریتییە لە:

1- خشتەی دابەشکردنی دووبارەیی

2- دووبارەبوونی کۆکراوەی بەرز بوونەوە

3- دووبارەبوونی کۆکراوەی بەرز بوونەوەی ڕێژەیی

4- دووبارەبوونەوەی کۆکراوەی نزم بۆوە

5- دووبارە بوونەوەی کۆکراوەیی نزم بۆوەی ڕێژەیی.

3-2:- ئەمەش بژاردەیەکی ڕەمەکییە، کە لە (100) قوتابی لەگەڵ نمرەکانیان لە وانەی ئابووری پێك هاتووە:-

ئەنجامی وانەی ئابووری	ژمارەی قوتابیان
کەوتوو	15
پەسەند	22
ناوەند	25
باشە	17
زۆر باشە	12
نایاب	9

داواکاری :- خشتەی دابەش کردنی دووبارەیی بەرز بۆوە دروست بکە .

4-2:- بە پشت بەستن بەپرسیاری (2-1) پلیکانی دووبارەیی و ( )بکێشە .

5-2:- بەپشت بەستن بەپرسیاری (2-2) پلیکانی دووبارەیی و چەماوەی دووبارەیی بکێشە .

6-2:- بەپشت بەستن بەپرسیاری (2-1) چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرز بۆوەو ڕێژەیی بکێشە.

7-2 :- بەپشت بەستن بەپرسیاری (2-2) چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی نزم بۆوەو ڕێژەیی بکێشە .

8-2:- ئەگەر بێتو ئەم داتایانەی خوارەوەت هەبێت کە نوێنەرایەتی بەرهەمی گەنم و جۆ لە هەرێمی کوردستان بە هەزاران تەن لەماوەی پێنج ساڵ دەکەن، هەروەکو لەم خشتەیەدا دیارە :-

2010	2009	2008	2007	2006	ساڵ
230	190	210	180	120	بەرهەمی گەنم
200	210	170	150	100	بەرهەمی جۆ

داواکاری :

1- ستوونی هێڵکاری بۆ بەرهەمی گەنم لە هەرێمی کوردستان لەماوەی پێنج ساڵ بکێشە .

2- ستوونی هێڵکاری بۆ بەرهەمی گەنم و جۆ لە هەرێمی کوردستان لەماوەی پێنج ساڵدا بکێشە.

9-2:- هێڵکاری بازنەیی بۆ بەکاربردنی ڕۆژانەی بەنزین لەپارێزگاکانی هەرێمی کوردستان بکێشە .

بەکاربردنی بەنزین	پارێزگا
800	هەولێر
600	سلێمانی
450	دهۆك

10-2:- هێڵکاری بازنەیی بۆ داهات و خەرجی کۆمپانیای شیشار لەماوەی (6) ساڵدا بکێشە.بەم شێوەیە :-

2010	209	2008	2007	2006	2005	ساڵ
3000	2300	2190	2210	2180	1200	داهات
1500	1200	1100	1301	1150	1000	خەرجییەکان

بەشی سێیەم

هێما و زاراوە

ماتماتیکییەکان

Notations

1.3 : پێشەکی :

پێش ئەوەی دەست بەخوێندنی ئاماری ژمارەیی و پێوانەکردنییەوە بکەین، هەندێك ئامـاژەی ئاماریی بۆ داتاکانی بەردەست پێشکەش دەکەین، لەم بەشەدا باس لەگرینگترین هێماو زاراوەی بەکارهێنراو لە بەشەکانی داهاتوو دەکەین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

2.3 :- هێمای کۆکردنەوە : $\sum$

گریمان کە x مانای نمرەی وانەی ئابووری بۆ بژاردەیەکی ڕەمەکی (n=10) دەگەیەنێت، کەبریتییە لە قوتابیانی بەشی ئابووری، کە x_1 بریتییە لە نمرەی وانەی ئابووری بۆ قوتابی یەکەم، x_2 بریتییە لە نمرەی وانەی ئابووری بۆ قوتابی دووەم،،...تا x_{10} کە بریتییە لە نمرەی وانەی ئابووری بۆ دوا قوتابی، سەرنجی ئەوە دەدرێت، کە ئێمە نمرەی قوتابیەکانمان بەدەست هێناوە، کە بریتییە لەزنجیرەیەك ژمارە، ئەویش بەم شێوەیە :-

$x_1 , x_1 , \cdots x_{10}$

لەوکاتەدا سەرجەمی هەمووەکی ئەو ژمارانە بریتییە لە: $x_1 + x_1 + \cdots + x_{10}$

ئینجا بۆ ئاسانکردنی نووسینی ئەو سەرجەمە بەشێوەیەك کە گوزارشتی پێ بکرێت: $\sum_{i=1}^{10} x_i$ کە هێمای $\sum$ ئاماژە بەکردەی کۆکردنەوە دەکات، ئەمەش بریتییە لە پیتێکی ئەغریقی بە Sigma ، دەخوێنرێتەوە i نوێنەرایەتی ئاماژە Subscript بۆ زنجیرەی ژمارە کردەی کۆکردنەوە دەکات، ئەگەر بێتو 1= i ئەمەش مانای ئەوەیە نمرەی قوتابی یەکەمە، 2= i واتە نمرەی قوتابی دووەمە، بە هەمان شێوە بۆ نمرەکانی تر10= i قوتابیەکە، تا دەگاتە دوا قوتابی بژاردەکە، ئەو کردەیە $\sum_{i=1}^{10} x_i$ کە بەم شێوەیە دەخوێنرێت :- سەرجەمی زنجیرەی ژمارەکان بەنمرەی قوتابی یەکەم دەست پێدەکات 1= i بەنمرەی دوا قوتابی کۆتایی پێدەدات 10= i بەشێوەیەکی گشتی پێ دەکرێت،

ئەگەر بێتو زنجیرەیەك برِمان هەبێت، کەژمارە یان n، ئـەوا سـەرجەمی هـەمووەکی بـەم شێوەیە گوزارشتی بۆ دەکرێت.

$\sum_{i=1}^{n} x_i$ ، لەسەر ئەم بنچینەیەدا دەتوانرێت گوزارشت بـەزنجیرەی برِەکـان بکرێـت، کـە بریتییە لە $x_1 , x_1 , \cdots x_n$ بۆ چەند کردەیەکی جیاجیا بەم شێوەی خوارەوە :-

کردەی پێویست	کردە بە شێوەی هێما	هێمای کۆکردنەوە
سەرجەمی بەهای داتای زنجیرەکان	$x_1 + x_2 + \cdots + x_n$	$\sum_{i=1}^{n} x_i$
سەرجەمی دووجای بەهای داتا زنجیرە ییەکان	$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$
دووجای سەرجەمی بەهای داتا زنجیرییەکان	$(x_1 + x_1 + \cdots + x_n)^2$	$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$
سەرجەمی سەراوژێری بەهای داتا زنجیرییەکان	$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)$
سەرجەمی دووجای سەراوژێری داتا زنجیرە ییەکان	$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \cdots + \frac{1}{x_n^2}$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i^2}\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^2$
سەراوژێری سەرجەمی بەهای داتا زنجیرە ییەکان	$\frac{1}{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}$	$\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$
سەراوژێری سەرجەمی دووجای بەهای داتا زنجیرە ییەکان	$\frac{1}{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$	$\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$
سەرجەمی لۆگاریتمی بەهای داتا زنجیرە ییەکان	$\log x_1 + \log x_2 + \cdots + \log x_n$	$\sum_{i=1}^{n} \log x_i$
لۆگاریتمی سەرجەمی بەهای داتا زنجیرە ییەکان	$\log(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$	$\log \sum_{i=1}^{n} x_i$

$\sum_{i=1}^{n}\sqrt{x_i}$	$\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}+\cdots+\sqrt{x_n}$	**سەرجەمی ڕەگی بەهای داتا زنجیرە ییەکان**
$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i}$	$\sqrt{x_1+x_2+\cdots+x_n}$	**ڕەگی سەرجەمی بەهای داتا زنجیرە ییەکان**

گریمان دوو زنجیرە داتامان هەیە x و y ژمارەی هەر یەکەیان بریتییە لە a و b لە بەهاکان و نوێنەرایەتی دوو بەهای نەگۆڕ دەکەن ئەوا:

1- سەرجەمی بڕی چەسپاو لە a بۆ n لە جارەکان بریتییە لە:

$$\sum_{i=1}^{n}a=a\sum_{i=1}^{n}(1)=a\cdot n$$

2- سەرجەمی جارانی چەسپاو a بەبەهای داتا زنجیرییەکان x_i بریتییە لە:

$$\sum_{i=1}^{n}ax_i=a\sum_{i=1}^{n}x_i$$

3- سەرجەمی کۆکردنەوە یان کەمکردنەوەی چەسپاو a بۆ بەهای داتا زنجیرییەکان x_i بریتییە لە:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i\mp a)=\sum_{i=1}^{n}x_i\mp\sum_{i=1}^{n}a=\sum_{i=1}^{n}x_i\mp a\sum_{i=1}^{n}(1)=\sum_{i=1}^{n}x_i\mp a\cdot n$$

4- سەرجەمی کۆکردنەوە، یان کەمکردنەوەی نێوان بەهای داتا زنجیرە ییەکانی x_i و بەهای داتا زنجیرەییەکان y_i بریتییە لە :

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i\mp y_i)=\sum_{i=1}^{n}x_i\mp\sum_{i=1}^{n}y_i$$

5- سەرجەمی جارانی بەهای داتا زنجیرە ییەکان x_i بەبەهای داتا زنجیرە ییەکانی y_i کە لە بەرامبەری دایە، بریتییە لە:

$$\sum_{i=1}^{n}x_iy_i=x_1y_1+x_2y_2+\cdots+x_ny_n$$

6- سەرجەمی جارانی دوو کۆمەڵە، کۆمەڵەی یەکەم بریتییە لە بەهای داتا زنجیرە یەکان x_i بەزیادکردن یان کەمکردن، کە بەهای چەسپاوی a هەیە، لەگەڵ کۆمەڵەی دووەم، کە بریتییە لە بەهای داتا زنجیرە ییەکان y_i بە زیاد کردن یان کەمکردن، کە بەهای چەسپاوی هەیە، ئەمەش بریتییە :-b کە:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i+a)(y_i+b)=\sum_{i=1}^{n}(x_i y_i+b\,x_i+a\,y_i+ab)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}x_i y_i+b\sum_{i=1}^{n}x_i+a\sum_{i=1}^{n}y_i+abn$$

نموونە (1.3) :- گریمان ئەم داتایانەی خوارەوەت هەیە :-

x_i	4	2	1	5
y_i	-3	-1	0	6

ئەنجام بەم شێوەیە دەربهێنە:8 = a و b = 10

7	6	5	4	3	2	1
$\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}$	$\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}x_i}$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)$	$\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2$	$\sum_{i=1}^{n}x_i^2$	$\sum_{i=1}^{n}x_i$
14	**13**	**12**	**11**	**10**	**9**	**8**
$\frac{ab}{\sum_{i=1}^{n}x_i}$	$\sum_{i=1}^{n}ax_i$	$\sum_{i=1}^{n}a$	$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i}$	$\sum_{i=1}^{n}\sqrt{x_i}$	$\log\sum_{i=1}^{n}x_i$	$\sum_{i=1}^{n}\log x_i$
20	**19**	**18**	**17**		**16**	**15**
$\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)^2$	$\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)$	$\sum_{i=1}^{n}(x_i+a)$	$\sum_{i=1}^{n}(x_i+a)(y_i+b)$		$\sum_{i=1}^{n}x_i y_i^2$	$\sum_{i=1}^{n}x_i y_i$

شیکار :- سەرنجی ئەوە دەدرێت لەمیانەی ئەم داتایانەی سەرەوە، کە 4= n دەتوانرێت ئەنجام بەگوزارشتی ماتماتیکی بکرێت، کە بریتییە لە :-

1 $$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{4} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 + 2 + 1 + 5 = 12$$

2 $$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{4} x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 4^2 + 2^2 + 1^2 + 5^2 = 46$$

3 $$\left(\sum_{i=1}^{4} x_i\right)^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 = (4 + 2 + 1 + 5)^2 = 12^2 = 144$$

4 $$\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{1}{x_i}\right) = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{5} = 0.25 + 0.5 + 1 + 0.2 = 1.95$$

5 $$\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{1}{x_i}\right)^2 = \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{1}{x_i^2}\right)^2 = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{5^2}$$

$$= \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{25} = 0.0625 + 0.25 + 1 + 0.04 = 1.3525$$

6 $$\frac{1}{\sum_{i=1}^{4} x_i} = \frac{1}{12} = 0.0833$$

7 $$\frac{1}{\sum_{i=1}^{4} x_i^2} = \frac{1}{46} = 0.0217$$

8 $$\sum_{i=1}^{4} \log x_i = \log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \log x_4$$

$$= \log 4 + \log 2 + \log 1 + \log 5$$

$$= 0.6021 + 0.3010 + 0 + 0.699 = 1.602$$

9 $$\log \sum_{i=1}^{4} x_i = \log 12 = 1.0792$$

10 $$\sum_{i=1}^{4}\sqrt{x_i} = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_4} = \sqrt{4} + \sqrt{2} + \sqrt{1} + \sqrt{5}$$
$$= 2 + 1.4142 + 1 + 2.2361 = 6.6503$$

11 $$\sqrt{\sum_{i=1}^{4} x_i} = \sqrt{12} = 3.4641$$

12 $$\sum_{i=1}^{4} a = a\sum_{i=1}^{4}(1) = a \cdot 4 = (8)(4) = 32$$

13 $$\sum_{i=1}^{4} a x_i = a\sum_{i=1}^{4} x_i = (8)(12) = 96$$

14 $$\frac{ab}{\sum_{i=1}^{4} x_i} = \frac{(8)(10)}{12} = 6.6667$$

15 $$\sum_{i=1}^{4} x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4 = (4)(-3) + (2)(-1) + (1)(0) + (5)(6)$$
$$= -12 - 2 + 0 + 30 = 16$$

16 $$\sum_{i=1}^{4} x_i y_i^2 = x_1 y_1^2 + x_2 y_2^2 + x_3 y_3^2 + x_4 y_4^2$$
$$= (4)(-3)^2 + (2)(-1)^2 + (1)(0)^2 + (5)(6)^2 = 36 + 2 + 0 + 180 = 218$$

17 $$\sum_{i=1}^{4}(x_i + a)(y_i + b) = \sum_{i=1}^{4}(x_i y_i + b\,x_i + a\,y_i + ab)$$
$$= \sum_{i=1}^{4} x_i y_i + b\sum_{i=1}^{4} x_i + a\sum_{i=1}^{4} y_i + abn$$
$$= 16 + (10)(12) + (8)(2) + (8)(10)(4) = 472$$

18 $$\sum_{i=1}^{4}(x_i + a) = \sum_{i=1}^{4} x_i + \sum_{i=1}^{4} a = \sum_{i=1}^{4} x_i + a\sum_{i=1}^{4}(1)$$
$$= \sum_{i=1}^{4} x_i + a \cdot 4 = 12 + (8)(4) = 44$$

19 $$\sum_{i=1}^{4}(x_i - y_i) = \sum_{i=1}^{4} x_i - \sum_{i=1}^{4} y_i = 12 - 2 = 10$$

20 $$\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2 = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 + (x_4 - y_4)^2$$

$$= (4-(-3))^2 + (2-(-1))^2 + (1-0)^2 + (5-6)^2$$

$$= (7)^2 + (3)^2 + (1)^2 + (-1)^2 = 60$$

3.3 :- هێمـای جـاران :- هەنـدێك جـار پێویـستمان بـەكردەی جـارانی كۆمـەڵێك بڕەكان بەیەكترییەوە دەكرێت، ئەمەش پێویستی بەهێمارێژی هەیە بۆ ئاسانی نووسینی ئەو هێمایە، كە بریتییە لە ئەمەش بەڵگەیە لەسـەر بـوونی كـردەی جـارانی كۆمـەڵێك لـە بڕەكان، ئەگەر بێتو كۆمەڵێك لە بەهای داتا زنجیرە ییەكان بریتییە لە:

$$x_1, x_1, \cdots x_n$$

ئەوا جارانی ئەو بڕانە بەیەكترەوە، بەم شێوەیە دەبێت :

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 . x_2 . \cdots . x_n$$

ئەو كردەیەش بەم شێوەیە دەخوێنرێت، كە جارانی بەهای داتـا زنجیرەییـەكانی بڕەكـان بەیەكترەوە، كە بەبەهای یەكەم $i = 1$ دەست پێدەكات و بە دوا بـەها $i = n$ ، كۆتـایی دێت. گریمان دوو زنجیرە داتامان هەیە x و y ژمارەی هەر یەكەیان بریتییە لە n لە بەهاو a و b مان هەیە، كە بریتییە لە هەردوو بەهای چەسپاو، ئەوا:-

هێمای جاران	ئاسانكردنی كردەكان
$\prod_{i=1}^{n} a$	a^n
$\prod_{i=1}^{n} a x_i$	$a^n \cdot \prod_{i=1}^{n} x_i$
$\prod_{i=1}^{n} a b x_i y_i$	$(ab)^n \prod_{i=1}^{n} x_i \prod_{i=1}^{n} y_i$
$\prod_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}$	$\frac{1}{\prod_{i=1}^{n} x_i}$

هێمای جاران	ئاسانکردنی کردەکان
$\log \prod_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} \log x_i$
$\prod_{i=1}^{n} \sqrt{x_i}$	$\sqrt{\prod_{i=1}^{n} x_i}$
$\prod_{i=1}^{n} x_i^a$	$\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^a$
$\log \prod_{i=1}^{n} x_i^a$	$a \sum_{i=1}^{n} \log x_i$
$\prod_{i=1}^{n} \frac{x_i}{y_i}$	$\frac{\prod_{i=1}^{n} x_i}{\prod_{i=1}^{n} y_i}$

2.3 ئەگەر بێتو ئەم داتایانەی خوارەوەت هەبێت :-

x_i	7	1	5
y_i	2	0	4

ئەنجامەکە بەم شێوەیە بدۆزەرەوە: **a = 6** و **b = 8**

5	4	3	2	1
$\prod_{i=1}^{n} a\,b\,x_i y_i$	$\prod_{i=1}^{n} a\,x_i$	$\prod_{i=1}^{n} a$	$\prod_{i=1}^{n} x_i^2$	$\prod_{i=1}^{n} x_i$
10	**9**	**8**	**7**	**6**
$\log \prod_{i=1}^{n} x_i^{a\,y_i}$	$\log \prod_{i=1}^{n} x_i^a$	$\log \prod_{i=1}^{n} x_i$	$\prod_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i^2}$	$\prod_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}$
15	**14**	**13**	**12**	**11**
$\prod_{i=1}^{n} (x_i - a)^2$	$\prod_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2$	$\prod_{i=1}^{n} x_i y_i^2$	$\prod_{i=1}^{n} x_i^a$	$\prod_{i=1}^{n} \sqrt{x_i}$

شیکار: سەرنجی ئەوە دەدەین لە میانەی ئەنجامەکانی سەرەوە n =3 دەتوانرێت ئەنجامەکان بە گوزارشتی ماتماتیکی بەم شێوەیە دەربهێنین:

1 $$\prod_{i=1}^{n} x_i = \prod_{i=1}^{3} x_i = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) = (7)(1)(5) = 35$$

2 $$\prod_{i=1}^{3} x_i^2 = x_1^2 \cdot x_2^2 \cdot x_3^2 = (7)^2(1)^2(5)^2 = 1225$$

$$or \quad = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^2 = [(7)(1)(5)]^2 = [35]^2 = 1225$$

3 $$\prod_{i=1}^{3} a = a^3 = 6^3 = 216$$

4 $$\prod_{i=1}^{3} a\, x_i = a^3 \cdot \prod_{i=1}^{3} x_i = 6^3 \cdot 35 = 7560$$

5 $$\prod_{i=1}^{3} ab\, x_i y_i = (ab)^3 \prod_{i=1}^{3} x_i \prod_{i=1}^{3} y_i = (6 \cdot 8)^2 35 \cdot 0$$

$$= (2304)(35)(0) = 0 \quad where \quad \prod_{i=1}^{3} y_i = (2)(0)(4) = 0$$

6 $$\prod_{i=1}^{3} \frac{1}{x_i} = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} \cdot \frac{1}{x_3} = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{35} = 0.0286$$

7 $$\prod_{i=1}^{3} \frac{1}{x_i^2} = \frac{1}{x_1^2} \cdot \frac{1}{x_2^2} \cdot \frac{1}{x_3^2} = \frac{1}{[(7)(1)(5)]^2} = \frac{1}{(35)^2} = \frac{1}{1225} = 0.0008$$

8 $$\log \prod_{i=1}^{3} x_i = \sum_{i=1}^{3} \log x_i = \log x_1 + \log x_2 + \log x_3$$

$$= \log 7 + \log 1 + \log 5$$

$$= 0.8451 + 0 + 0.699 = 1.5441$$

9 $$\log \prod_{i=1}^{3} x_i^a = a \sum_{i=1}^{3} \log x_i = (6) \cdot (1.5441) = 9.2646$$

10 $\log\prod_{i=1}^{3} x_i^{a\,y_i} = a\sum_{i=1}^{3} y_i \log x_i$

$$= a\cdot[y_1\log x_1 + y_2\log x_2 + y_3\log x_3]$$
$$= 6\cdot[2\cdot\log 7 + 0\cdot\log 1 + 4\cdot\log 5]$$
$$= 6\cdot[2\cdot 0.8451 + 0\cdot 0 + 4\cdot 0.699] = 6\cdot 4.4862 = 26.9172$$

11 $\prod_{i=1}^{3}\sqrt{x_i} = \sqrt{x_1}\cdot\sqrt{x_2}\cdot\sqrt{x_3} = \sqrt{7}\cdot\sqrt{1}\cdot\sqrt{5} = (2.6457)(1)(2.2361) = 5.9161$

or $= \sqrt{(7)(1)(5)} = \sqrt{35} = 5.9161$

12 $\prod_{i=1}^{3} x_i^{a} = x_1^{a}\cdot x_2^{a}\cdot x_3^{a} = 7^6\cdot 1^6\cdot 5^6$

$$= (117649)(1)(15625) = 1838265625$$

or $= (x_1\cdot x_2\cdot x_3)^a = (7\cdot 1\cdot 5)^6 = (35)^6 = 1838265625$

13 $\prod_{i=1}^{3} x_i y_i^2 = (x_1 y_1^2)(x_2 y_2^2)(x_3 y_3^2)$

$$= (7\cdot 2^2)(1\cdot 0^2)(5\cdot 4^2) = (28)(0)(80) = 0$$

14 $\prod_{i=1}^{3}(x_i - y_i)^2 = (x_1 - y_1)^2(x_2 - y_2)^2(x_3 - y_3)^2$

$$= (7-2)^2(1-0)^2(5-4)^2 = 5^2\cdot 1^2\cdot 1^2 = 25$$

15 $\prod_{i=1}^{3}(x_i - a)^2 = (x_1 - a)^2(x_2 - a)^2(x_3 - a)^2$

$$= (7-6)^2(1-6)^2(5-6)^2 = (1)^2(-5)^2(-1)^2 = 1\cdot 25\cdot 1 = 25$$

راهێنانی بەشی سێیەم

3–1:– ئەگەر بێتو ئەم داتایانەی خوارەوەت هەبێت :–

x_i	-3	0	3	6	9

ئەنجامەکان بەم شێوەیە بدۆزەرەوە: k = 5

7	6	5	4	3	2	1
$\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$	$\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^2$	$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)$	$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$\sum_{i=1}^{n} x_i$
14	13	12	11	10	9	8
$\frac{k}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$	$\sum_{i=1}^{n} kx_i$	$\sum_{i=1}^{n} k$	$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i}$	$\sum_{i=1}^{n} \sqrt{x_i}$	$\log \sum_{i=1}^{n} x_i$	$\sum_{i=1}^{n} \log x_i$

3–2:– گریمان دوو زنجیرە داتامان هەیە :–

x_i	0	2	4	6	8	10
y_i	1	3	5	7	9	11

ئەنجامەکان بەم شێوەیە بدۆزەرەوە: z = 5 ، s = 3

5	4	3	2	1
$\prod_{i=1}^{z}(x_i - s)^2$	$\prod_{i=1}^{s}(x_i - y_i)^2$	$\prod_{i=1}^{n} x_i y_i^2$	$\prod_{i=1}^{n} x_i^z$	$\prod_{i=1}^{n} \sqrt[s]{x_i y_i}$

1-3 3–3:– : ئەگەر بێتو d_i بریتییە لە خەرجی مانگانەی خێزان، لە هەمان کاتدا بریتییە لە دەسهات g_i بۆ بژاردەی ڕەمەکی بەم شێوەی خوارەوەیە:–

d_i	105	206	300	121	238	100
g_i	200	300	500	340	340	110

ئەمانە بدۆزەرەوە: a = 3 ئەگەر بێنوو

7	6	5	4	3	2	1
$\frac{an}{\sum_{i=1}^{n} g_i}$	$\sum_{i=1}^{a} nd_i$	$\sum_{i=1}^{n} a$	$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} g_i}$	$\sum_{i=1}^{a} \sqrt{d_i}$	$\log \sum_{i=1}^{n} g_i$	$\sum_{i=1}^{n} \log d_i$
13	12	11	10		9	8
$\sum_{i=1}^{n} (d_i - g_i)^2$	$\sum_{i=1}^{n} (g_i - d_i)$	$\sum_{i=1}^{a} (g_i + a)$	$\sum_{i=1}^{n} (g_i + a)(d_i + n)$		$\sum_{i=1}^{n} d_i g_i^2$	$\sum_{i=1}^{n} d_i g_i$

4-3:- گریمان دوو زنجیرەی داتاکان بریتییە لە :-

x_i	3	5	8	2
y_i	2	6	4	5

داواکاری: بەهای ئەمانە بدوزەرەوە:

5	4	3	2	1
$\log \prod_{i=1}^{2} x_i^{4y_i}$	$\log \prod_{i=1}^{n} x_i^3$	$\log \prod_{i=1}^{2} x_i$	$\prod_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i^2}$	$\prod_{i=1}^{3} \frac{1}{x_i}$
10	9	8	7	6
$\prod_{i=1}^{n} (x_i - 12)^2$	$\prod_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2$	$\prod_{i=1}^{n} x_i y_i^2$	$\prod_{i=1}^{n} x_i^5$	$\prod_{i=1}^{n} \sqrt{x_i}$

بەشی چوارەم

پێوەرەکانی ناکۆکی ناوەندی

Measures of Central Tendency

1-4:- پێشەکی:

زۆر جار هەیە پێویستمان بەهەژمارکردنی هەندێك ئامارژە هەیە، کە داتاکان بەکەمترین ووردەکاری پوخت دەکەن، یان مۆدیلێك، کە نوێنەرایەتی کۆمەڵەی ئامارو پێکهاتەکانی دەکات، یاخود پێوەرێکە پێوانەی ئەو پێکهاتانە دەکات و بەهۆیەوە بەراورد لە گەڵ کۆمەڵەی ئاماریی دیکە دەکرێت، لەسەر ئەو بنچینەیە دەتوانرێت کۆمەلە داتایەك بە یەك بەها نوێنەرایەتی بکرێت، ئامانجیش لەمە بریتییە لەپێدانی وێنەیەکی خێرا لە چەندیتی ئەو کۆمەڵەیە، کە لەمیانەیدا ژمارە دەدۆزێتەوە تا نوێنەرایەتی بکات، ئەو پێوەرەی تایبەتمەندە بەدیارکردنی ئەو ژمارەیە پیێ دەگوترێت پێوەرەکانی ناکۆکی ناوەندی، یان پێوەری ناوەندی (نێوەنجی) ئەو ژمارەیە، کاتێك بەپیێ ی بچووکی یان گەورەیی ریێك دەخرێت، واتە ئەو ژمارەیە بەرەو چەقبەندی نێوەنجی ئەو کۆمەلەیە دەچێت، کە هەژمار کراوە، بۆیە ناوی لێنراوە (پێوەرەکانی ناکۆکی ناوەندی)، کەسوودمەندە لەلێکۆڵینەوەی خەسڵەتەکانی کۆمەڵگا، ئەویش لەمیانەی خەسڵەتەکانی بژاردە، کەبە تاکە نێوەنجی دادەنرێت، لەم بەشەدا باس لە پێوەرەکانی ناکۆکی ناوەندی بۆ داتا ریزکراوەکان و نا ریزکراوەکان دەکەین :-

2.4:- نێوەنجی هەژمارکردن (Mean)

بەیەکێك لە گرنگترین پێوەرەکانی ناکۆکی ناوەندی دادەنرێت، ئەویش بەهۆی بوونی ژمارەیەك خەسڵەتی باش و ئاسان لە هەژمارکردندا، ئەمەش وای کردووە لە پێشەوەی ئەو پێوەرانە بێت، هەروەها نێوەنجی هەژمارکردن بەپێوەرێك دادەنرێت، کە لەسەر ئاستێکی بەرفرەوان بەکاردەهێنرێت، ئەویش لەبەر ئەوەیە هەموو بەهاکان لە کاتی هەژمارکردن لەبەر چاو دەگرێت، پێویستیشی بەریێکخستنی داتاکان نییە، بەلاّم لەخەوشەکانی ئەوەیە کارێگارە بەبەها شازەکان یان بەهای لایەنی شازی داتاکان، ئەمەو دەتوانرێت داتا ریزکراوەکان و داتا ناریزکراوەکان هەژمار بکرێت، ئەویش بەم شێوەیە:-

أ- نێوەنجی هەژمارکردن بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان :-

ژمارکردنی نێوەنجی هەژمارکردن بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان لەمیانەی کۆکردنەوەی هەموو بەهای بینەرەکانی بژاردن $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ دەبێت، کە وەرگیراوە لە کۆمەڵگای دیاردەیەك لە دیاردەکانەوە، ئەمەش بەسەرقەبارەی ئەو بژاردەیە دابەش، بۆیە ($\bar{x}$) نێوەنجی هەژمارکردنی بژاردە کە بریتییە لە :- دەکرێت

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad \cdots \quad (4.1)$$

مەزندەیەکی نامتحیزە بۆ تێکڕای بینەرانی کۆمەڵگا، ($\bar{x}$) نێوەنجی هەژمارکردن وەردەگرێت، کە بژاردەی تێدا دیاری کراوە، تێکڕای کۆمەڵگاش هێمای (μ) و دەتوانرێت لەمیانەی ئەم دەقە ژمار بکرێت:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \quad \cdots \quad (4.2)$$

نموونە (1.4): گریمان ئەم داتایانەی خوارەوەت هەیە، کە بریتییە لە نمرەی بژاردەی قوتابیان کە ژمارەییان (15) قوتابییە لەوانەی ئابووری، داواکاری نێوەنجی نمرەی قوتابیان بدۆزەرەوە:-

x_i	65	66	58	56	75	43	25
56	90	78	32	59	35	42	80

شیکار:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{1}{15}(65 + 66 + \cdots + 80) = \frac{860}{15} = 57.3333$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە نێوەنجی نمرەی قوتابیان لەوانەی ئابووری بریتییە لە (57.3333) ئینجا ئەگەر داتاکانمان بەشێوەی بەرز بۆوە ڕێکخست، ئەوا بەهای ($\bar{x}$) دەکەوێتە ناوەراستی داتاکانەوە .

نموونە (2.4) : ئەم داتایانەی خوارەوە، بریتییە لەژمارەی بژاردەی ئەندامانی خێزان، کە ژمارەییان (10) خێزانە:

x_i	3	7	8	12	8	2	5	6	5	4

داواکاری: نێوەنجی ژمارەی ئەندامانی خێزان بدۆزەرەوە.

شیکار :-

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\frac{1}{10}(3+7+\cdots+4)=\frac{60}{10}=6$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە ژمارەی ئەندامانی خێزان بریتییە لە(6) کەس .

نموونە (3.4):- ئەم داتایانەی حوارەوە بریتییە لەداهاتی مانگانە (بەهەزار دینار) بۆ بژاردەیەك کە بریتییە لە (6) خێزان لەشاری هەولێر بەم شێوەی خوارەوە :-

y_i	300	800	1200	790	200	500

داواکاری :- نێوەنجی هەژمارکردنی داهاتی مانگانەی ئەو بژاردەیە بدۆزەرەوە.

شیکار:-

$$\bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\frac{1}{6}(300+800+\cdots+500)=\frac{3790}{6}=631.6667$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە نێوەنجی داهاتی مانگانەی ئەو خێزانانەی بژاردەکە بریتییە لە (631.6667)دینار .

ب- نێوەنجی هەژمارکردنی داتا ڕیزکراوەکان :-

نێوەنجی داتا ڕیزکراوەکان لە میانەی هەژمارکردنی سەنتەری توێژەکان (x_i) دەبێت، ئینجا هەریەکەیان جارانی دووبارە بوونەکانی بەرامبەرییان دەکرێت (f_i) دوای ئەوە ئەنجامەکان کۆدەکرێنەوەو دابەش دەکرێت بەسەر سەرجەمی دووبارەبوونەکان، واتە:-

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{m}f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m}f_i} \quad \cdots \quad (4.3)$$

نموونه (4.4) :- ئەم خشتەیەی خوارەوە بڕی بەرهەم (بەپارچە) بۆ پەنجا کرێکار لە کارگەی هەولێرو ژمارەی کرێکاران بۆ هەرتوێژێك لەتوێژەکان نیشان دەدات :-

توێژی بەرهەم	100-	110-	120-	130-	140-	150-	160-	170-180
ژمارەی کرێکار	4	7	8	10	7	6	5	3

داواکاری :- نێوەنجی بەرهەمداری کرێکار بە پارچە دیاربکە .

شیکار :- یەکەمجار هەڵدەستین بە دروست کردنی خشتەیەك، کەتوێژی بەرهەم لەبەرامبەر ژمارەی کرێکار (f_i) نیشان دەدات، ئینجا هەژماری سەنتەری توێژەکان لەم میانەی دا دەکەین :-

- سەبارەت بەسەنتەری توێژی یەکەم بریتییە لە :-

$$x_1 = \frac{L.L + U.L}{2} = \frac{100+110}{2} = 105$$

- سەبارەت بەسەنتەری توێژی دووەم بریتییە لە :-

$$x_2 = \frac{L.L + U.L}{2} = \frac{110+120}{2} = 115$$

بەم شێوەیە بۆ ئەوانی تر...هەر لەمیانەی ئەم خشتەیەدا هەژماری جارانی سەنتەری توێژەکان بۆ دووبارەبوونەکانی بەرامبەرییان بەدیار دەکەوێت، کەلەم خشتەیە ڕوون کراوەتەوە :-

توێژی بەرهەم	دووبارەکان f_i (ژمارەی کرێکار)	سەنتەری توێژەکان x_i	$f_i x_i$
100-	4	105	420
110-	7	115	805
120-	8	125	1000
130-	10	135	1350
140-	7	145	1015
150-	6	155	930
160-	5	165	825
170-180	3	175	525
سەرجەم	50		6870

بۆیە:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{8} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{8} f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots f_8 x_8}{f_1 + f_2 + \cdots + f_8}$$

$$= \frac{(4)\cdot(105)+(7)\cdot(115)+\cdots+(3)\cdot(175)}{4+7+\cdots+3} = \frac{6870}{50} = 137.4$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەنێوەنجی بەرهەمی کرێکار بریتییە لە (137.4) پارچە .

نموونە (5.4) :- بەپشت بەستن بەخشتەی نموونەی (1.2) بۆ لێکۆڵینەوە لەکرێ ی کرێکاری ڕۆژانە (بەهەزار دینار) بۆ کەرستەی بیناسازی، بەم شێوەی خوارەوە :-

سەنتەری توێژەکان x_i	دووبارەکان f_i (ژمارەی کرێکار)	توێژەکان (کرێ)	زنجیرەی توێژ
27.5	5	29-26	1
31.5	12	33-30	2
35.5	11	37-34	3
39.5	9	41-38	4
43.5	5	45-42	5
47.5	3	49-46	6

داواکاری :- نێوەنجی کرێ ی ڕۆژانە بۆ کرێکارانی ئەو کارگەیە بدۆزەرەوە ؟

شێکار :- لەمیانەی خشتەی دووبارەیی، دەتوانرێت نێوەنج بەم شێوەیە هەژماربکرێت:-

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{6} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{6} f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_6 x_6}{f_1 + f_2 + \cdots + f_6}$$

$$= \frac{(5)\cdot(27.5)+(12)\cdot(31.5)+\cdots+(3)\cdot(47.5)}{5+12+\cdots+3} = \frac{1621.5}{45} = 36.0333$$

نێوەنجی کرێ ی ڕۆژانەی کرێکاران بریتییە لە (36.0333) هەزاردینار

نموونە (6.4):- بەپشت بەستن بەخشتەی دووبارەیی نموونەی (2.2) بۆ داتاکان، کە بریتییە لەبڕی بەرهەمی گەنم بۆ هەر دۆنمێك لە (60) پارچە زەوی کشتوکاڵی، داواکاری هەژماری نێوەنجی بڕی بەرهەمی گەنم بۆ یەك دۆنم بکە ؟

شیکار :- لە میانەی خشتەی دووبارەیی نموونەی (2.2) دەتوانرێت ئەمەی خوارەوە بە دەست بهێنرێت .

$f_i x_i$	x_i سەنتەری توێژەکان	f_i دووبارەکان (ژمارەی پارچە زەوی)	توێژەکان (بڕی بەرهەمی گەنم بەتەن)
22.27	22.27	1	26.70-17.83
435.82	31.13	14	35.56-26.70
780	39.00	20	44.42-35.56
390.88	48.86	8	53.28-44.42
404.11	57.73	7	62.15-53.28
399.54	66.59	6	71.02-62.15
301.84	75.46	4	79.88-71.02
2734.46		60	سەرجەم

هەروەها لەمیانەی خشتەی دووبارەیی، دەتوانرێت نێوەنج بەم شێوەیە هەژماربکرێت :-

$$\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{m} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i}=\frac{\sum_{i=1}^{7} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{7} f_i}=\frac{f_1x_1+f_2x_2+\cdots+f_7x_7}{f_1+f_2+\cdots+f_7}$$

$$=\frac{(1)\cdot(22.27)+(14)\cdot(31.13)+\cdots+(4)\cdot(75.46)}{1+14+\cdots+4}=\frac{2734.46}{60}=45.5743$$

ئەمەش مانای ئەوەیە ، کە نێوەنجی بڕی بەرهەمی گەنم لە یەك دۆنمدا بریتییە لە (45.5743) تەن .

تێبینی :- ئەم ڕێگایەیی سەرەوە دەتوانرێت لە دۆخی یەکسانی درێژەی توێژەکان و دۆخی نایەکسان بەکاردەهێنرێت، لە گەڵ بوونی جۆری دیکە، کەبوار نییە لێرەدا بیخەینە ڕوو .

لایــەنی پۆزەتیــف و نێگەتیڤــەکانی نێــوەنجی هـــەژمارکردن:-

ئەمــەش لایــەنی پــۆزەتیف و نێگــەتیڤی نێــوەنجی هــەژمارکردن دەخاتــە ڕوو:-

أ- لایـــــــەنی پـــــــــۆزەتیڤی نێـــــــوەنجی هـــــــــەژمارکردن :-

لایەنــــە باشــەکانی نێــوەنجی هـــەژمارکردن بـــەم خاڵانــــە دەناســـرێتەوە :-

1- بیرۆکەکـــــــەی ســـــــادەیەو بەئاســـــــانی هـــــــــەژماردەکرێت .

2- هەموو داتاکان وەردەگرێت و لە هەژمارکردن لە بەرچاوییان دەگرێت .

3- دەتوانرێـــت هـــەژمار بکرێـــت بـــە پشـــت بەســـتن بـــەکردەی جـــەبری .

ب- لایەنە نێگەتیڤەکانی نێوەنجی هەژمارکردن :-

نێـــــوەنجی هـــــەژمارکردن ئـــــەم خەوشـــــانەی خـــــوارەوەی هەیـــــە :-

1- ناتوانرێت دیاری بکرێت، بەسەیرکردن بۆ داتاکان یان بەشێوەی ئەندازەیی.

2- ناتوانرێت هەژماری داتا باسەنییەکان بکرێت، کـە قـابیلی ڕێکخسـتن نـین (بـەناو – Nominal) وەك :- ڕەگەز، نەتەوە.

3- ناتوانرێت ژمار بکرێت لەکاتی بوونی بەهای نادیار، تەنیا دوای مەزندەکردنی نەبێت .

4- زۆر بە بەها شازەکان و لایەنی شازەکان کارێگاردەبێت .

خەسڵەتەکانی نێوەنجی هەژمارکردن :-

1- سەرجەمی لادانی بەهای گۆڕاو (x)

لە نێوەنجی هەژمارکردن، کەتیایدا ژمارکراوە، یەکسان دەبێت بە سفر، واتە :-

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} d_i = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i - n\bar{x}$$

$$= n\bar{x} - n\bar{x} = 0$$

2- سەرجەمی دووجای لادانی بەهای(x)

لە نێوەنجی هەژمارکردن ، کەتیایدا هەژمارکراوە، ئەوا کەمتر دەبێت ، واتە :-

$$\sum_{i=1}^{n} d_i^2 < \varepsilon$$

3.4:- نێوەنجی هەژمارکردنی کێشکراو :- Weighted Mean

زۆر لە دۆخەکان، هەندێك لە پێکهاتە گرینگی لە پێکهاتەی دیکە زیاترە، ئەمەش پێویست دەکات لەکاتی دەرهێنانی نێوەنجی هەژمارکردن لە بەر چاو بگیرێت، بۆ نموونە لە کاتی ژماردنی تێکڕای نمرەکانی قوتابیەکی دەرچوو لە کۆلیژ، پێویست دەکات ژمارەی کاتژمێرەکانی هەفتە بۆ هەر وانەیەك لە وانەکان بۆ ژمارکردنی تێکڕای قوتابی لە بەرچاو بگیرێت، ئەمەش مانای کردەی کێش کردن دەگەیەنێت، کەگرنگی هەریەکەیان دیار دەکات، ئەو کێشانەش زۆرجار لەمەوپێش دیاریکراوە، دەتوانرێت هەژماری داتا ناڕیزکراوەکان و داتا ڕیزکراوەکان بکرێت ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

أ- نێوەنجی هەژمارکردنی کێشکراوی داتا نا ڕیزکراوەکان :

گریمان کە $\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)$

بریتییە لەپێوانەی بژاردەیەك بۆ دانەکانی ، کەژمارەیان (n)

لە داتا نا ڕیزکراوەکان، ئەمانەش $\left(w_1, w_2, \ldots, w_n\right)$

بریتییە لە کێشی ئەو داتایانە، ئەوکاتەش نێوەنجی هەژمارکردنی کێشکراو بەم شێوەیە پێناسە دەکرێت :-

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \qquad \cdots(4.4)$$

لەمەی پێشوو سەرنجی ئەوە دەدرێت، کە نێوەنجی کێشکراو، ئەمەش دۆخێکی زۆر گشتگیرە لە نێوەنجی هەژمارکردنی ئاسایی، واتە نێوەنجی هەژمارکردنی ئاسایی بریتییە لە دۆخێکی تایبەتی یە لە نێوەنجی هەژمارکردنی کێشکراو، کاتێك سەیری هەموو تاکەکانی بەهەمان گرنکی (کێش) دەکەن.

بۆگریمان :-

$$w_i = w \quad i.e \quad w_1 = w_2 = \ldots = w_n = w \quad \forall \quad i$$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w x_i}{\sum_{i=1}^{n} w} = \frac{w\sum_{i=1}^{n} x_i}{w\sum_{i=1}^{n} 1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{x}$$

تێبینی ئەوە دەكرێت، كە ئەنجامی كۆتایی بریتییە لە نێوەنجی هەژماركردنی ئاساییە.

نموونە (7.4) :- ئەمەی خوارەوە بریتییە لە نمرەی یەكێك لەقوتابیانی بەشی ئابووری یە بۆ وانەكانی بە پێ ی كاتژمێرەكانی هەفتە بۆ هەر وانەیەك لەوانەكان، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

70	87	86	84	88	75	80	52
3	3	3	3	3	2	2	2

داواكاری:- نێوەنجی هەژماركردنی كێشكراو بدۆزەرەوە .

شیكار :- سەرنجی ئەوە دەدرێت، كە جیاوازی لەژمارەی كاتژمێرەكانی هەفتانە بۆ هەروانەیەك دیاریكراوە، بۆیە پێویست دەكات نێوەنجی هەژماركردنی كێشكراو بدۆزەرەوە بەم شێوەی خوارەوە :-

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(3\times70)+(3\times87)+\ldots+(2\times52)}{3+3+\ldots+2} = \frac{1659}{21} = 79$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، كەتێكڕای قوتابیەكە بریتییە لەنمرەی (79)، لەبەرامبەر ئەوەدا، ئەگەر بێتو ژمارەی كاتژمێرەكان لە بەرچاو نەگیرێت (لە راستیدا ئەمەش هەڵەیە) بەمەش تێكڕای نمرەی قوتابی بە پێ ی دەقی ئاسایی بریتییە لە (77.75)، سەرنجی ئەوە دەدرێت، كەجیاوازی گەورە لەگەڵ تێكڕای كێشكراو هەیە .

نموونه (8.4) :- ئەمەش مووچەی مانگانەی (هەزار دینار) ی هەموو فەرمانبەرەكانی زانكۆی سەلاحەددین .

داهاتی مانگانە	ژمارەی فەرمانبەران	جۆری كار
2340	95	كارگێری
1800	180	ئەكادیمیەكان
850	253	هونەری
350	67	خزمەتگوزاری

داواكاری :- تێكڕای داهاتی مانگانەی فەرمانبەرانی زانكۆی سەلاحەددین هەژمار بكە ؟

شیكار :- دەتوانرێت تێكڕای داهاتی مانگانەی فەرمانبەرانی زانكۆی سەلاحەددین بەم جۆرە هەژمار دەكرێت:-

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{(95\times 2340)+(180\times 1800)+(253\times 850)+(67\times 350)}{95+180+253+67}$$

$$= \frac{784800}{595} = 1318.9916$$

ب- نێوەنجی هەژماركردنی كێشكراو بۆداتا ڕیزكراوەكان :-

دەتوانرێت نێوەنجی كێشكراو بۆ داتا ڕیزكراوەكان لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە دەبێت:-

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i f_i} \qquad \cdots(4.5)$$

نموونه (9.4):- ئەمەی خوارەوە بریتییە لە دابەشكردنی دوویارەیی بەرهەمی ڕۆژانە بۆ كارگەی جگەرەی هەولێر، كەدابەشكراوە بەپێ ی ژمارەی كارگەو ژمارەی كاتژمێرەكانی كاركردن، بەپێ ی جۆری مەكینەكانی ئەو كۆمپانیایە بەم شێوەی خوارەوە :-

توێژەکانی بەرهەم(بڕی بەرهەم بە تەن)	ژمارەی مەکینەکان	ژمارەی کاتژمێری کارکردن
4-	8	12
8-	10	10
12-	12	12
16-	6	8
20-24	4	8

داواکاری :- نێوەنجی بەرهەمداری هەر مەکینەیەکی ئەو کارگەیە هەژمار بکە ؟

شیکار :- بۆ هەژمارکردنی نێوەنجی بەرهەمداری یەك مەکینە پێویستمان بەدروست کردنی ئەوخشتەیەدەبێت:- بۆیە نێوەنجی بەرهەمداری یەك مەکینە بەم شێوەی خوارەوە دەبێت :-

توێژەکان	ژمارەی مەکینەکان(دووبارەکان) f_i	کاتژمێری کارکردن(کێشەکان) w_i	سەنتەری توێژەکان x_i	$w_i f_i$	$w_i f_i x_i$
4-	8	12	6	96	576
8-	10	10	10	100	1000
12-	12	12	14	144	2016
16-	6	8	18	48	864
20-24	4	8	22	32	704
سەرجەم	40			420	5160

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{5} w_i f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i f_i} = \frac{5160}{420} = 12.2857$$ تەن

تێبینی :- سەبارەت بەلایەنە نێگەتیڤ و پۆزەتیڤ وخەسڵەتەکانی نێوەنجی هەژمارکردنی کێشکراو، بەتەواوەتی هاوشێوەی نێوەنجی هەژمارکردنی ئاساییە.

4.4: نێوەنجی هاوکۆکی :-Harmonic Mean

نێوەنجی هاوکۆکی لە هەژمارکردنی تێکڕای نرخی ئالووێری بیانی لەبەرامبەر دراوە بیانییەکانی دیکە بەکار دەهێنرێت، یان لەدۆزینەوەی نێوەنجی تێکڕای زەمەنە جیاجیاکانی وەك (ژمارەی یەکەکانی بەرهەمهێنراو لەکارگەیەکی دیاریکراو لەماوەیەکی دیاریکراودا)، یان (لەدۆزینەوەی ناوەندی خوێندنەوەی کۆمەڵێك لەکەسەکان بەبەڵگەی ژمارەی وشەکان لە خولەکێکدا بەکاردەهێنرێت) ...هتد، دەتوانرێت لەدۆخی داتا نامبەوەبەکان و داتا مبەوەبەکان بەکاربهێنرێت، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

أ- نێوەنجی هاوكۆكی بۆ داتا نا ڕیزكراوەكان :-

ئەمەش بریتییە لەسەراوژێری نێوەنجی هەژماركردن بۆ سەراوژێری بەهاكانی دەقی گشتی بریتییە لە :-

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}} \qquad \cdots \quad (4.6)$$

تێبینی :- بەهای بینەرەكان (x_i) پێویستە یەكسان نەبێت بەسفر

نموونە (10.4) :- نێوەنجی هاوكۆكی بۆ ئەم داتایانەی خوارەوە بدۆزەرەوە :-

x	4	5	3	4	7	8	5	10

شیكار :-

یەكەم جار سەراوژێری بەهاكان بدۆزەرەوە، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

$$\frac{1}{x_i} = 0.25 \quad 0.2 \quad 0.33 \quad 0.25 \quad 0.14 \quad 0.13 \quad 0.2 \quad 0.1$$

ئەوا نێوەنجی هاوكۆكی بەم شێوەیە دەبێت :-

$$\therefore H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}} = \frac{8}{\sum_{i=1}^{8} \frac{1}{x_i}} = \frac{8}{0.25 + 0.2 + \ldots + 0.1} = \frac{8}{1.6} = 5$$

ب- نێوەنجی هاوكۆكی بۆ داتا ڕیزكراوەكان :-

دەتوانرێت نێوەنجی هاوكۆكی بۆ داتا ڕیزكراوەكان كەتوێژ یان یەكسانە یان یەكسان نییە هەژمار بكرێت، ئەویش بەپێ ی ئەم دەقەی خوارەوە :-

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{\sum_{i=1}^{m} \frac{f_i}{x_i}} \qquad \cdots \quad (4.7)$$

نموونە (11.4) :- نێوەنجی هاوكۆكی بۆ دابەشكردنی دووبارەیی بەم شێوەی خوارەوە بدۆزەرەوە:-

دووبارەکان	توێژەکان
16	50-
20	60-
24	70-
12	80-
8	90-
6	100-110

بۆ هەژمارکردنی نێوەنجی هاوکۆکی دەتوانرێت خشتە بەم شێوەیە دروست بکرێت :-

$\frac{f_i}{x_i}$	f_i دووبارەکان	x_i سەنتەری توێژەکان	توێژەکان
0.2364	13	55	50-
0.2769	18	65	60-
0.3333	25	75	70-
0.1412	12	85	80-
0.0737	7	95	90-
0.0476	5	105	100-110
1.1091	80		سەرجەم

لەمیانەی ئەم خشتەیەدا دەتوانرێت نێوەنجی هاوکۆکی بەم شێوەیە هەژماربکرێت :-

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{\sum_{i=1}^{m} \frac{f_i}{x_i}} = \frac{\sum_{i=1}^{6} f_i}{\sum_{i=1}^{6} \frac{f_i}{x_i}} = \frac{80}{1.1091} = 72.1306$$

لایەنی پۆزەتیڤ و نێگەتیڤی نێوەنجی هاوکۆکی :-

ئەمەی خوارەوە بریتییە لە گرنگترین لایەنە نێگەتیڤ و پۆزەتیڤەکانی نێوەنجی هاوکۆکی :-

أ- لایەنە پۆزەتیڤەکان :-

پێـوەری نێـوەنجی هـاوکۆکی بەژمارەیـەك لایـەنی پـۆزەتیف دەناسـرێتەوە، لەوانـە:-

1- بیرۆکەی سادەیە .

2- هــــەموو داتاکـــــان لـــــەکاتی هـــــەژمارکردن لەبەرچـــــاو دەگرێـــــت .

3- دەتوانرێـــــت هـــــەژماربکرێت بەپشـــــت بەســـــتن بـــــەکردەکانی جـــــەبری .

ب- لایەنە نێگەتیڤەکان :-

خەوشـــــــــەکانی نێـــــــــوەنجی هـــــــــاوکۆکی بریتییـــــــــە لـــــــــە

1- تۆزێـــــــــك قورســـــــــی لـــــــــە هـــــــــەژمارکردنی هەیـــــــــە .

2- ناتوانرێـت هـەژماری داتـا باسـەنییەکانی پـێ بکرێـت، کـە قـابیلی رێکخسـتن نـین .

3- ناتوانرێت هەژماربکرێت ئەگەر بەهای بزر بووی تێدابوو، تـەنیا دوای مەزنـدە کردنـی نەبێت .

4- زۆرکارێگار دەبێت بەداتا شازەکان و لایەنی شازەکانەوە.

5- ناتوانرێت هەژماربکرێت، کاتێك یەکێك لەبەهای داتاکـان یەکسـان بێـت بەسـفر، یـان سەنتەری توێژەکەی یەکسان بێت بەسفر .

5.4 :- نێوەنجی دووجا :- Quadratic Mean

دەتوانرێت لە هەردوو دۆخی داتا نا ڕیزکراوەکان و دۆخی داتا ریزکراوەکان بەم شێوەیە بدۆزەرەوە :-

ا- نێـــــوەنجی دووجـــــا بـــــۆ داتـــــا نـــــا ڕیزکراوەکـــــان :-

نێوەنجی دووجـای بـۆ داتـا نـا ڕیزکراوەکـان بریتیـە لـەڕەگی دووجـای کـۆ بـۆ نێـوەنجی دووجای بەهای بینەران، واتە:-

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} \qquad \cdots \quad (4.8)$$

نموونە (12.4) :- نێوەنجی دووجای پلەی گەرمای شاری هەولێر لە وەرزی زسـتان بـۆ ماوەی حەوت ڕۆژی لەدوایەك بدۆزەرەوە:-

x_i	4	5	3	-2	-1	0	1

شیكار :-

$$Q=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{7} x_i^2}{7}}=\sqrt{\frac{4^2+5^2+\cdots+1^2}{7}}$$

$$=\sqrt{\frac{56}{7}}=\sqrt{8}=2.8284$$

واتــه نێــوەنجی دووجــای پلــەی گــەرمای شــاری هــەولێر بــۆ ئــەو ماوەیــە بریتییــە لــە (2.8284) پلەی سەدی .

ب- نێوەنجی دووجای بۆ داتا ڕیزكراوەكان:-

دەتوانرێت نێوەنجی دووجای بۆ داتا ڕیزكراوەكان لەمیانەی ئەم دەقە بخەینە ڕوو:-

$$Q=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{m} f_i}} \qquad \cdots \quad (4.9)$$

نموونە (13.4) :- نێوەنجی دووجا بۆ خشتەی دووبارەیی بەم شێوەیە :-

دووبارەكان f_i	توێژەكان
5	10-
6	20-
8	30-
7	40-
4	50-60

شیكار :- بۆ دۆزینەوەی نێوەنجی دووجا دەتوانرێت ئەم خشتەیە دروست بكرێت :-

$f_i x_i^2$	f_i دووبارەکان	x_i^2	سەنتەری x_i توێژەکان	توێژەکان
1125	5	225	15	10-
3750	6	625	25	20-
9800	8	1225	35	30-
14175	7	2025	45	40-
12100	4	3025	55	50-60
40950	30			سەرجەم

بۆیە نێوەنجی دووجا بریتییە لە :-

$$Q=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{m} f_i}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{5} f_i}}$$

$$=\sqrt{\frac{40950}{30}}=\sqrt{1365}=36.9459$$

تێبینی :-لایەنە پۆزەتیڤ و نێگەتیڤەکانی بەتەواوەتی هاوەشێوەی نێوەنجی هاوکۆکیە تەنیا ئەوە نەبێت دەتوانرێت هەژمار بکرێت، ئەگەر بەهای بینەرانی سفر بێت.

6.4 :- نێوەنجی ئەندازەیی :- Geometric Mean

نێوەنجی ئەندازەیی بۆ لێکۆڵینەوەی دانیشتوان زۆر گرنگە، بەتایبەتی کاتێك هەژماری تێکڕای گەشەکردنی دانیشتوان دەکرێت، هەروەها لە پێکهێنانی ژمارە پێوانەییەکانەوە، دەتوانرێت لەدۆخی داتا ڕیزکراوەکان هەژمار بکرێت، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

أ- نێوەنجی ئەندازەیی بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان :-

بەوە پێناسە دەکرێت، بریتییە لە ڕەگی موجەبی ڕیزبەندی (n) بۆ جارانی پێوانەی کۆمەڵەی بینەران بەیەکترییەوە، واتە:-

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i \right)^{\frac{1}{n}} \qquad \cdots \quad (4.10)$$

دەتوانرێت بەڕێگایەکی دیکەش بدۆزرێتەوە، ئەویش لەمیانەی وەرگرتنی لۆگاریتم لە سەر بنچینەی (10) بەم شێوەی خوارەوە :-

$$Log_{10} G = Log_{10} \left(\prod_{i=1}^{n} x_i \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Log_{10} x_i$$

بەمەش ئەوا:

$$G = anti - Log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Log_{10} x_i \right)$$

نموونە :-(14.4) :- نێوەنجی ئەندازەیی بۆ ئەم داتایانە بدۆزەرەوە :-

x_i	5	10	15	20	25

شیکار :-

$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\therefore G = \sqrt[5]{5 \times 10 \times \ldots \times 25} = \sqrt[5]{375000}$$

$$= (375000)^{\frac{1}{5}} = 13.0259$$

یان شیکار بەڕێگایەکی دیکە :-

$$G = anti - Log_{10}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Log_{10} x_i\right)$$

$$= anti - Log_{10}\left(\frac{1}{5}\left(Log_{10}(5) + Log_{10}(10) + \ldots + Log_{10}(25)\right)\right)$$

$$= anti - Log_{10}\left(\frac{1}{5}(0.699 + 1 + \ldots + 1.3979)\right)$$

$$= anti - Log_{10}\left(\frac{1}{5}(5.574)\right)$$

$$= anti - Log_{10}(1.1148) = 13.0259$$

ب- نێوەنجی ئەندازەیی بۆ داتا ڕیزکراوەکان :-

دەتوانرێت نێوەنجی داتا ڕیزکراوەکان لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە بەدەست بهێنرێت:-

$$G = \sqrt[\sum_{i=1}^{m} f_i]{\prod_{i=1}^{m} x_i^{f_i}} = \left(\prod_{i=1}^{m} x_i^{f_i}\right)^{\frac{1}{n}}; \quad n = \sum_{i=1}^{m} f_i \quad \cdots \quad (4.12)$$

هەروەها دەتوانرێت بەڕێگایەکی دیکەش لە میانەی لۆگاریتمی بنچینەی (10) بەم شێوەیە دەربهێنرێت :-

$$\log_{10} G = \frac{1}{n}\log_{10}\left(\prod_{i=1}^{m} x_i^{f_i}\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} f_i \log_{10} x_i$$

$$\therefore \quad G = anti - \log_{10}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} f_i \log_{10} x_i\right) \quad \cdots \quad (4.13)$$

نموونــه (15.4) :- نێــوەنجی ئەنــدازەیی بــۆ ئــەم خشــتە دووبــارەیی خــوارەوە بدۆزەرەوە:-

f_i دووبارە	توێژەکان
2	0-
4	10-
5	20-
6	30-
3	40-50

شیکار :- بۆ دۆزینەوەی نێوەنجی ئەندازەیی بۆ داتا مبەوەبەکان ئەم خشتەیە دروست دەکەین :-

$f_i \log_{10} x_i$	$\log_{10} x_i$	f_i دووبارە	سەنتەری توێژەکان x_i	توێژەکان
1.3980	0.699	2	5	0-
4.7044	1.1761	4	15	10-
6.9895	1.3979	5	25	20-
9.2646	1.5441	6	35	30-
4.9596	1.6532	3	45	40-50
27.3161	40950	20		المجموع

بۆیە نێوەنجی ئەندازەیی بریتییە لە :-

$$G = anti - \log_{10}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} f_i \log_{10} x_i\right)$$

$$= anti - \log_{10}\left(\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{5} f_i \log_{10} x_i\right)$$

$$= anti - \log_{10}\left(\frac{27.3161}{20}\right) = anti - \log_{10}(1.3658)$$

$$\therefore \quad G = 23.2167$$

تێبینی :- دەتوانرێت نێوەنجی ئەندازەیی بدۆزرێتەوە، کاتێك درێژی توێژەکان یەکسان بێت، هەتا ئەگەر یەکسانیش نەبن، سەبارەت بەلایەنە پۆزەتیف و نێگەتیڤەکانەوە، ئەوا بەتەواوەتی هاوشێوەی نێوەنجی هاوکۆکییە، تەنیا ئەوە نەبێت ناتوانرێت هەژمار بکرێت کاتێك بەهای لەبینراوەکان بە سالیب بێت .

7.4 :- بەها زۆر دووبارەبووەکان : (The Mode)

مەنوال بریتییە لەو بەهایەیی، کەزۆر لە بینراوەکانی تر دووبارەدەبێتەوە، یان ئەو سیفەتەی کە زۆر بلاوە، بۆیە وا باشە کاتێك داواکاری زانینی ئارەزووی بەکاربەر لەبارەی کالایەکی دیاریکراو بزانرێت پەنا بۆ ئەم پێوەرە ببرێت، هەروەها دەتوانرێت لەدۆخی داتا ڕیزکراوەکان و نا ڕیزکراوەکان بەدەست بهێنرێت ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

أ- مەنوال بۆداتا نا ڕیزکراوەکان :- مەنوال بریتییە لەو بەهایەیی کە زۆر دووبارە دەبێتەوە لەنێوکۆمەڵە داتایەکی بژاردەدا، ئینجا ئەگەر بێتو بەهای چەندبارەکان بەهەمان ژمارەی دووبارەکان بێت، ئەوا لەم دۆخەدا مەنوال نییە، لەبەرامبەردا یەك مەنوال یان زیاترە لەیەك مەنوالمان لەداتای بژاردەیەك دەبێت، ئەویش ئەگەر بێتو چەند بارەیەك بۆ یەك بەها یان زیاتر بەهەمان ژمارەی دووبارەکان هەبێت.

نموونە (16.4) پیشانگای شیشار بۆ ئۆتۆمبێل فرۆشتنەکانی لە ئۆتۆمبیلی فۆرد لەماوەی ڕابردوو بەپێ ی ئەو ڕەنگانەی خوارەوە بووە:-

سوور	سپی	رەش	سپی	زەرد
سپی	رەش	سوور	سپی	سەوز

داواکاری :- زانینی مەنوال و چ ڕێنمایەك دەداتە ئەو کۆمپانیایە ؟

شیکار :- لەمیانەی فرۆشتنەکان سەرنجی ئەوە دەدرێت، کە ئۆتۆمۆبیلی سپی زۆرترین چەندبارەی هەبووە (چوار جار دووبارە بۆتەوە) بەبەراورد بەڕەنگەکانی دیکە، بۆیە مەنوال بریتییە لە ئۆتۆمۆبیلی ڕەنگ سپی و ڕینمایی دەداتە ئەو کۆمپانیایە، کەزیاتر ئۆتۆمۆبیلی ڕەنگ سپی بهێنێت، چونکە فرۆشتنی زیاترە.

نموونە(17.4) :- مەنوال بۆ ئەم داتایانەی خوارەوە بدۆزەرەوە:-

5	4	7	3	5	6	2	5	3	4	5	x_i

شیكار:- لەمیانەی ئەم داتایانەی خوارەوە سەرنج دەدەین كەمەنوال بریتییە لە (5) چونكە چوار جار دووبارە بۆتەوە بەبەراورد بەبەهاكانی تر.

نموونە(18.4):- مەنوالی ئەم داتایانەی خوارەوە بدۆزەرەوە:-

x_i	1	2	3	5	7	10

شیكار:- مەنوال بۆئەم داتایانەی سەرەوە نییە، چونكە ژمارەی چەند جار بۆوەی تێدا نییە.

ب- مەنوال بۆ داتا ڕیزكراوەكان :-

چەند ڕێگایەك بۆ هەژماركردنی مەنوالی داتا ڕیزكراوەكان هەیە، ئەویش بەپێ ی جۆرەكانییەوە، لێرەدا ئاسانترین ڕێگا دەخەینە ڕوو، مەنوال بریتییە لەو بەهایەی كەنوینەرایەتی سەنتەری توێژی بەرامبەری گەورەترین دووبارەبوونەوە لەخشتەی دووبارەیی دەكات، لەبەرامبەردا ژمارەیەك ڕێگا هەیە، كە دەرفەت نییە لێرەدا بیخەینە ڕوو وەك ڕێگای بیرسۆن ...هتد.

نموونە(19.4):- مەنوالی خشتەی دووبارەیی بدۆزەرەوە:-

f_i دووبارە	توێژ
1	0-
3	10-
7	20-
5	30-
2	40-50

شیكار:- لەمیانەی ئەم خشتەی سەرەوە سەرنجی ئەوە دەدەین، كە گەورەترین دووبارەبوونەوە بریتییە لە (7)، كە بەرامبەر توێژی (20.30)، واتە مەنوال یەكسانە بەسەنتەری ئەوتوێژە، كەبریتییە لە(25)

تێبینی:- مەنوال بەئاسانی هەژماركردنییەوە ناسراوە، هەروەها بە بەهای شاز و لایەنە شازەكانەوە كارێگەرنابێت، بێجگە لەمانە باشترین پێوەرە بۆداتاكانی جۆری باسەنی، بەڵام خەوشەكەی لەوەدایە، كە هەموو داتاكان لەكاتی هەژماركردن لەبەرچاو ناگرێت، هەروەها ناكەوێتە ژێر كارێگەریی ڕێسایەكی جەبری نەگۆڕ لە هەموودۆخەكانی هەژماركردندا.

8.4:- ناوەڕاست :- The Median

ناوەڕاست بریتییە لەو بەهایەی کە لە ڕیزبەندی کۆمەڵەکەی دەکەوێتە ناوەڕاستەوە، جا ئەو ڕیزبەندییە بەشێوەی بەرزبۆوە، یان نزم بۆوە بێت، دەتوانرێت لەدۆخی داتای ڕیزکراوەکان بەم شێوەی خوارەوە بدۆزرێتەوە:-

أ- ناوەڕاستی داتا نا ڕیزکراوەکان :-

لەدۆخی داتا نا ڕیزکراوەکان، ئەگەربێتو ژمارەی بەهای (n) ژمارەی تاک بێت، ئەوکاتە بەهای (X) دوای ڕیزبەندی، کەزنجیرەکەی بریتییە لە$(\frac{n+1}{2})$ بەلاّم ئەگەر بێتو بەهای (n) ژمارەی جووت بێت، ئەو کاتە بەهای ناوەڕاست بریتی دەبێت لەناوەندی هەژمارەیی بۆهەردوو بەهای (X) و دوای ڕیزبەندی کردنییان، کە بریتییە لە ($\frac{n}{2}$) و ($\frac{n}{2}+1$)

نموونە(20.4): ناوەڕاستی نمرەی (9) قوتابی لەتاقیکردنەوەیەکی دیاریکراو بدۆزەرەوە، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

x	55	62	53	70	68	65	63	79	80

بریتییە لەژمارەی تاک، بۆیە ڕیزبەندی پێویست بریتییە لە :-

شیکار :- بەهۆی ئەوەی ژمارەی بینەرەکان(بۆیە: $\frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$

53	55	62	63	65	68	70	79	80	ڕیزبەندی بەرزبۆوە
1	2	3	4	5	6	7	8	9	زنجیرە

واتە ڕیزبەندی بەهای پێنجەم بریتییە لەناوەڕاست واتە نمرەی (65).

نموونە(**21.4**) لەم کۆمەڵەیە ناوەڕاستی تەمەنی تاکەکان بدۆزەرەوە:-

x	20	22	19.5	26	24.5	27	28	29	18	20	23	25

شیکار:- ئەم بەهایانە بەشێوەی بەرزبۆوە ڕیزبەندی بکە:-

18	19.5	20	20	22	23	24.5	25	26	27	28	29	ڕیزبەندی بەرزبۆوە
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	زنجیرە

بەهۆی ئەوەی(n) بریتییە لە: ($\frac{n}{2}$ و $(\frac{n}{2}+1)$ واتە ($\frac{12}{2}$ و $(\frac{12}{2}+1)$ واتـە(6) و (7) کەبەهای (23) و (24.5) دیار دەکەن، بۆیە ناوەڕاست بریتییە لە تێکڕای هەردووکییان، واتە:-

$$me = \frac{23+24.5}{2} = 23.75$$ ساڵ

ب- ناوەڕاستی داتا ڕیزکراوەکان :-

دەتوانرێت ناوەڕاست بۆ داتا ڕیزکراوەکان لەمیانەی دابەشکردنی دووبارەیی بەرز بۆوە دەدۆزرێتەوە، هەروەها ریزبەندی ناوەڕاست بەهەژمارکردنی نیو دووبارەیی هەمووەکی دەدۆزرێتەوە، دیارکردنی توێژی ناوەڕاستیش، کەبەرامبەر دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە، کە لەدوای ئەوە ناوەڕاستی ڕاستەوخۆ دێت، بەم یاسایەش دەتوانرێت ناوەڕاست بدۆزرێتەوە :-

$$Me = L_i + \left[\frac{n/2 - F_i}{f_i}\right] \cdot w \qquad \cdots \quad (4.14)$$

کە:

بریتییە لە نزمترین ڕادە بۆ توێژی ناوەڕاست L_i.

بریتییە لە دووبارەیی توێژی ناوەڕاست f_i

بریتییە لە دووبارەیی کۆکراوەیی بەرزبۆەی پێشوو بۆ توێژی ناوەڕاست F_i

بریتییە لە دریژی توێژی ناوەڕاست کەم یەك ئەگەر بێتو گۆڕاوەکە لە جۆری پچر پچر بوو.W

بەڵام بۆ خشتەی دابەشکردنی دووبارەیی نزمبۆوە ئەم یاسایەیی خوارەوە بەکاردەهێنین :

$$Me = L_i + \left[\frac{F_i' - n/2}{f_i}\right] \cdot w \qquad \cdots \quad (4.15)$$

بریتییە لە دووبارەیی نزمبۆوە، کە بەرامبەر توێژی ناوەراستە. F_i' کە:

نموونە(22.4) ناوەڕاست بۆ خشتەی دابەشبوونی دووبارەیی بدۆزەرەوە، ئەویش لەنموونەی (4.2)، کە لە میانەیدا ئەمانەمان هاتەدەست:–

زنجیرەی توێژ	سنووری بەرزی توێژەکان	دووبارە f_i (ژمارەی کرێکار)	دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە F_i
1	30	5	5
2	34	12	17
3	38	11	28
4	42	9	37
5	46	5	42
6	50	3	45

شیکار:– ڕێژەیەندی ناوەڕاست بریتییە لە(45) لەسەر(2) یەکسانەبە(22.5)، کەدەکەوێتە نێوان(17و28)، کەبەرامبەر توێژی ناوەڕاستی(38.34) واتە:–

$$Me = L_i + \left[\frac{n/2 - F_i}{f_i}\right] \cdot w$$

$$= 34 + \left[\frac{22.5 - 17}{11}\right] \cdot 3 = 35.5$$

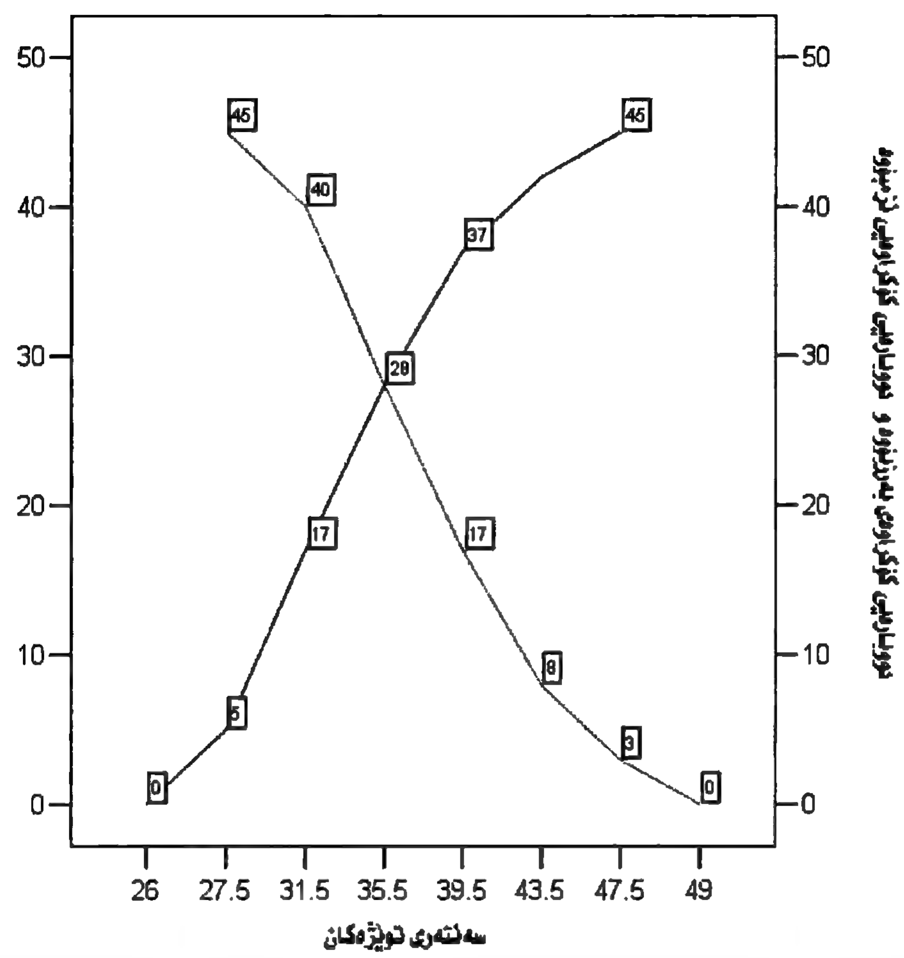
بەبەکارهێنانی کۆکراوەی دووبارەیی نزم بۆوە:–

زنجیرەی توێژ	سنووری نزمی توێژەکان	دووبارە f_i (ژمارەی کرێکار)	دووبارەیی کۆکراوەی نزمبۆوە F'_i
1	26	5	45
2	30	12	40
3	34	11	28
4	38	9	17
5	42	5	8
6	46	3	3

$$Me = L_i + \left[\frac{n/2 - F_i'}{f_i}\right] \cdot w$$

$$= 34 + \left[\frac{28 - 22.5}{11}\right] \cdot 3 = 35.5$$

هەروەها دەتوانرێت بەهای ناوەڕاست لەمیانەی خاڵی یەکتر بڕینی دووبارەیی بەرزبۆوەو دووبارەیی نزم بۆوە دیاربکرێت، کەبەرامبەر(35.5) هەروەکو لەم هێڵکاریەیی خوارەوە بەرچاو دەکەوێت :–



شێوەی(4.1): چەماوەی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە و نزمبۆوە بۆ 45 کرێکار بە پێی کرێ ڕۆژانە لەگەڵ دیارکردنی بەهای ناوەڕاست

<u>تێبینی</u>(1) :– ناوەڕاست بەوە دەناسرێتەوە، کە کارێگاری نابێت بە بەهای شاز، دەتوانرێت بۆبەهای باسەنی بدۆزرێتەوە، و قابیلی ڕیزبەندییە، بەڵام خەوشەکەی ئەوەیە

هـەموو بـەهاکان لـەکاتی هـەژمارکردن لەبەرچـاوناگرێت، هـەروەها جۆرێـك لەقورسـیش لەهەژمارکردنی دا هەیە.

تێبینی(2) :- ئەگەر بێتو دابەشکردنی هاوشێوە بێت(پەیڕەوی دابەش کردنی سروشـتی بێـت) ئـەوا نێـوەنجی هـەژمارکردن ومـەنوال و ناوەڕاسـت یەکسـان دەبـن، هـەرکاتێکیش لەدابەشکردنی هاوشێوەیی لێك دوور دەبن، ئەوا بەهاکانیان لێك دوور دەبێت.

ڕاهێنانی بەشی چوارەم

4.1: مەبەست لەپێوەرەکانی ناکۆکی ناوەندی چییە ؟

4.2:-نێوەنجی هەژمارکردنی داهاتی مانگانەی بژاردەیەکی وەرگیراو لەکۆمەڵگای هەولێر بەم شێوەیە بدۆزەرەوە :-

400	700	800	1000	900	200	500	650	950	740	520

4.3:- تێکڕای پلەی گەرمای شاری هەولێر لەماوەی ساڵێکدا هەژماربکە ؟.

30	40	45	48	35	30	28	20	18	12	10	5

4.4:- ئەگەر بێتو بەکاربردنی مانگانەی خێزان لەشەکر لەشاری هەولێر و سلێمانی بەم شێوەیە بێت :-

12	15	12.4	13.9	10.3	9.06	2.70	5.9	6.5	7.50	7.8	هەولێر
9.8	10	5.9	6.8	4.8	7.9	5.8	12	13	4.9	3.4	سلێمانی

داواکاری :- ئایا تێکڕای بەکاربردنی خێزانی مانگانە بۆ شەکر لە هەولێر کەمترە لەسلێمانی ؟

5.4:- ئەم داتایانەی خوارەوە بڕی پارە بەدینار دیار دەکات، کە(45) نوێنەری فرۆشتن لە یەکێك لە هەفتەکان بە دەستی دەهێنن :-

29	38	37	35	30	26	41	37	34
30	44	42	37	33	31	27	40	38
32	28	49	40	39	34	30	39	35
39	31	33	26	44	31	31	46	43
38	35	35	32	45	36	32	34	48

داواکاری :-

1- ئەو داتایانە لە خشتەی دابەشکردنی دووبارەیی دابنێ .

2- نێوەنجی هەژمارکردنی داتا ڕیزکراوەکان ژماربکە .

6.4:- نێوەنجی کرێ بۆ خشتەی دووبارەیی لە نموونەی (1.2) هەژماربکە :-

زنجیرەی توێژ	توێژەکان (کرێ)	دووبارەکان f_i (ژمارەی کرێکار)
1	29-26	5
2	33-30	12
3	37-34	11
4	41-38	9
5	45-42	5
6	49-46	3

7.4:- کارگەیەك لەسێ بەش پێکهاتووە، هەر بەشەو تایبەتمەندە بەبەرهەمهێنانی کاڵایەکی دیاریکراو، ژمارەی کرێکاران و نێوەنجی کرێ ی مانگانە (بەهەزار دینار) بۆ هەر بەشێك بەم شێوەی خوارەوەیە :-

ژمارەی کرێکاران	95	80	106
نێوەنجی کرێ	110	107	99

داواکاری :- نێوەنجی کرێ ی مانگانەی کرێکار لەو کارگەیە هەژمار بکە؟

8.4:- نێوەنجی هەژمارکردنی کێشکراو بۆ ئەو کۆمەڵە داتایانەی خوارەوە بدۆزەرەوە:-

أ-

x_i	10	18	15	11	19	22	20
w_i	1	4	3	2	5	7	6

ب-

x_i	-1	0	2	-2	-3	1	-4
w_i	2	4	3	5	3	2	2

9.4:- نێوەنجی هەژمارکردنی کێشکراو بۆ خشتەی دابەشکردنی دووبارەیی بدۆزەرەوە:-

سەنتەری توێژەکان	دووبارەکان	کێشەکان
10	16	24
20	20	20
30	24	22
40	12	10
50	8	6
60	6	8

10.4:- نێوەنجی هاوکۆکی و دووجایی بۆ کۆمەڵەیەکی داتایانەی خوارەوە بدۆزەرەوە:-

أ-

17	15	19	25	20	16	18	12	14	10

ب-

2	-3	-4	5	-2	3	1	-2	-3	-4

ج-

0.7	0.6	0.8	0.4	0.1	0.3	0.5	0.2

11.4:- نێوەنجی هاوکۆکی و دووجایی ئەندازەیی بۆ خشتەی دابەشکردنی دووبارەیی بەم شێوەی خوارەوە بدۆزەرەوە:-

زنجیرەی توێژ	توێژەکان	دووبارەکان
1	5-10	4
2	10-15	10
3	15-20	13
4	20-25	8
5	25-30	5

(12.4):- نێوەنجی ئەندازەیی بۆنرخی لترێك بەنزین لەهەموو شارەکانی هەرێمی کوردستان بدۆزەرەوە:-

هەولێر	600	620	650	650	700	720
سلێمانی	650	680	700	720	750	750
دهۆک	580	600	590	650	680	700

13.4:– بۆ ئەم کۆمەڵە داتایانەی خوارەوە مەنوال بدۆزەرەوە:–

A	4	6	8	6	7	5	5	7	6	6	7	8	6	9	6

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

C	2.5	3.5	3.25	3.3	2.52	3.4	3.29	3.6	2.5	3.4

14.4:– ئەمەی خوارەوە هەڵسەنگاندنی قوتابیانی بەشی ئابوورییە داواکاری مەنوال بدۆزەرەوە.:

ناياب	زۆرباشە	باشە	ناوەند	پەسەند	کەوتوو
12	25	40	35	30	10

15.4:– ناوەڕاست بۆ ئەم کۆمەڵەداتایانەی خوارەوە بدۆزەرەوە.

A	2	7	9	3	10	12	22	4	7	8	20	19	18	17	5	21

B	پەسەند	کەوتوو	زۆرباشە	ناوەند	باشە	ناياب	ناوەند	کەوتوو	ناياب

16.4:– ناوەڕاست بۆئەم داتا مبەوەبانەی خوارەوە بدۆزەرەوە:–

دووبارەکان f_i (ژمارەی پارچە زەوی)	توێژەکان (بڕی بەرهەمی گەنم بەتەن)	زنجیرەی توێژ
1	26.70-17.83	1
14	35.56-26.70	2
20	44.42-35.56	3
8	53.28-44.42	4
7	62.15-53.28	5
6	71.02-62.15	6
4	79.88-71.02	7

بەشی پێنجەم
پێوانەکانی پەرشوبڵاوی
Measures of Variation

1.5:- پێشەکی :-

پێوەری ناکۆکی ناوەندی، بەتەنیا ناتوانێت بیرۆکەیەکی ڕوون و ئاشکراو تەواو لەبارەی کۆمەڵێك داتا بداتە دەستەوە، بەتایبەتی ئەوەی پەیوەندیدارە بەبڕی هاوشێوەیی پێکهاتەی کۆمەڵەیەك، بەبەراورد بەکۆمەڵەیەکی تر لەداتای هەمان دیاردە، بۆیە پێوانەی پەرشو بڵاوی دەخوێنین کەبیرۆکەیەکی ڕوون و ئاشکرا بۆ باشی ناوەندەکان دەداتە دەست بۆ ئەوەی نوێنەرایەتی پێکهاتەکان بکات، ئینجا ئەگەر بێتو ئەنجامی ئەو پێوەرە گەورە بوو، ئەوا لێك دووری لەنێوان بەهای ئەو کۆمەڵەیە بەرفراوانە، بۆیە ناتوانرێت پشت بەناوەندەکان ببەسترێت لەنوێنەرایەتی کردنی پێکهاتەکانییەوە، بەڵام ئەگەر بێتو ئەنجامەکە بچووك بوو، ئەوا بەهاکان لێك نزیکن، هەروەها لەسەنتەر نزیك دەبن، بۆیە ئەوکاتە دەتوانرێت پشت بەناوەندەکان سەبارەت بەکۆمەڵەکانی کەپێکهاتەیان نزیکە لە ناوەند ببەسترێت .

2.5:- مەودا:-Range

مەودا سادەترین جۆری پێوەرەکانی پەرشو بڵاوییە، کەدەتوانرێت هەژمار بکرێت لەدۆخی داتا ڕیزکراوەکان و داتا نا ڕیزکراوەکان، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

أ- مەودا بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان :

بەوە پێناسە دەکرێت، کە بریتییە لەجیاوازی نێوان گەورەترین و بچوکترین بەها لە کۆمەڵە داتایەك، ئەگەر بێتو $(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n)$ بریتی بێت لەپێوانەی بژاردەیەك، کەقەبارەکەی (n) بێت و بریتی بێت لە گەورەترین بەهاو (x_S) بریتی بێت لەبچوکترین بەها، و (x_l) ئەوکاتە مەودای ئەو کۆمەڵەیە بەم شێوەی خوارەوە دەبێت .

$$R = x_l - x_s \qquad \cdots \quad (5.1)$$

نموونە(1.5) :- گریمان ئەم داتایانەی خوارەوەت هەیە، کە بریتییە لەبژاردەی نمرەی (8) قوتابی لەوانەی ئابووری، داواکاری مەودای نمرەی قوتابیان بدۆزەرەوە:-

x_i	65	66	90	56	75	43	78	25

شیکار :- گەورەترین و بچوکترین نمرە بەم شێوەی خوارەوەیە:-

$$x_l = 90 \qquad and \qquad x_s = 25$$

بۆیە مەودا بریتی یە لە:-

$$R = x_l - x_s = 90 - 25 = 65$$

ب- مەودا بۆ داتا ڕیزکراوەکان:-

دەتوانرێت مەودا بۆ داتا ڕیزکراوەکان لەمیانەی هەژمارکردنی جیاوازی نێوان سەنتەری توێژی بالآو سەنتەری توێژی نزم بدۆزرێتەوە یان هەژمارکردنی جیاوازی نێوان بەرزترین ڕادەی توێژو نزمترین ڕادەی توێژ دەبێت .

نموونە(2.5):- کارگەی بیشار لەهەولێر بۆ بەرهەمهێنانی بسکویت (60) کرێکار لەخۆدەگرێت لەگەڵ بەرهەمی ڕۆژانەی ئەو کارگەیە، ئەویش لەمیانەی ئەم خشتەی خوارەوە:-

توێژەکانی بەرهەم	30-24	37-31	44-38	51-45	58-52	65-59
ژمارەی کرێکار	6	9	14	12	10	9

مەودای بەرهەمداری ڕۆژانەی کرێکار بدۆزەرەوە؟

شیکار:- دەتوانرێت مەودا هەژمار بکرێت لە میانەی هەژمارکردنی جیاوازی نێوان سەنتەری بەرزو نزم دەبێت، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

سەنتەری توێژی نزم بریتییە لە :-

$$\frac{30+24}{2} = 27$$

سەنتەری توێژی بەرز بریتییە لە:-

$$\frac{65+59}{2} = 62$$

کەواتە مەودا بریتییە لە:-

$$R = 62 - 27 = 35$$

یان بەکارهێنانی جیاوازی نێوان بەرزترین ڕادەی توێژی بالآو نزمترین ڕادەی توێژی بچووک، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$R = 65 - 24 = 41$$

تێبینی :- ئەو پێوەرە زۆر ئاسانە، لەبواری جۆراو جۆر بەکار دەهێنرێت، لە گرنگترینیان دروست کردنی دڵنیایی جۆری یان کوالێتی کۆنترۆلە (Quality Control)، کە بەکار دەهێنرێت بۆ چاودێری جۆری بەرهەم، بەتایبەتی کاتێک قەبارەی بژاردە لە(10) کەمتر دەبێت، بەلآم زۆر پشتی پێ نابەسترێت لەپێوانەکردنی

پەرشوبڵاوی، ئەویش لە بەر ئەوەی تەنیا پشت بەدوو بەها یان ژمارە دەبەستێت و ژمارەکانی تر فەرامۆش دەکات، بۆیە زۆر بەبەهای لایەنی شازەکان کارێگار دەبێت، ئینجا بۆ ئەوەی زۆر سوودی هەبێت(5٪)، بەهای توندی بەرزو نزم فەرامۆش دەکرێت ئینجا هەژماری مەودا دەکرێت، ئەمەش کاردانەوەی باشی لەسەر سروشتی دابەش کردنی داتاکانی لەکۆمەڵگای توێژینەوە دەبێت.

3.5 :- لادانی نێوەنج: (Mean Deviation)

بریتییە لە نێوەنجی لادانی بەهای کۆمەڵەیەك لەنێوەنجی هەژمارکردن، کە یەکسان دەبێت بە سفر، بۆ دەربازبوون لەمەش بەهای ڕەها وەردەگیرێت بۆ فەرامۆش کردنی سالیب بۆ لادانەکان، دەتوانرێت لادانی نێوەنج لە دۆخی داتای نا ڕیزکراوەکان و دۆخی داتای ڕیزکراوەکان دەربهێنرێت، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

أ- لادانی نێوەنج بۆ داتا ڕیزکراوەکان :-

دەتوانرێت لەمیانەی ئەم دەقە هەژمارکردن بکرێت :-

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n} \qquad \cdots \quad (5.2)$$

نموونە(3.5) : لەم داتایانەی خوارەوە لادانی نێوەنج بدۆزەرەوە؟

x_i	3	4	2	6	5

شیکار:- ئەوا لادانی نێوەنج بریتییە لە:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} = \frac{3+4+2+6+5}{5} = 4$$

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{|3-4| + |4-4| + |2-4| + |6-4| + |5-4|}{5} = \frac{6}{5} = 1.2$$

ب- لادانی نێوەنج بۆ داتا ڕیزکراوەکان :-

هەژمارکردنی لادانی نێوەنج بۆ داتا ڕیزکراوەکان لەمیانەی دۆزینەوەی سەنتەری توێژەکان و جاران کردنی بە دوو بارەکانی دەبێت، کە بەرامبەری هەژمارکردنی نێوەنجی هەژمارکردنی داتا ڕیزکراوەکانە، دوای ئەوە لادانی هەموو سەنتەرەکانی توێژ لەنێوەنجی هەژمارکردن دەدۆزرێتەوە، لەگەڵ فەرامۆش کردنی نیشانەکانی (+،=)، و جاران کردنی هەریەکێك لەوانە بەدووبارەکانی بەرامبەرییان ئینجا کۆدەکرێنەوەو دابەش دەکرێن بەسەر سەرجەمی دووبارەبووەکان، ئەویش بەپێ ی ئەم دەقەی خوارەوە:-

$$M.D=\frac{\sum_{i=1}^{m} f_i\left|x_i-\bar{x}\right|}{\sum_{i=1}^{m} f_i} \qquad \cdots \quad (5.3)$$

هەروەها ڕێگای دیکە بۆ هەژمارکردنی لادانی نێوەنج هەیە، ئەویش لەمیانەی لادانەکانی سەنتەری توێژەکان لەبارەی مەنوال یان ناوەڕاست لەجیاتی نێوەنجی هەژمارکردن .

نموونە(4.5) :- لەمیانەی نموونەی (2.5) بۆ خشتەی دابەشکردنی دووبارەیی خوارەوە لادانی نێوەنج بدۆزەرەوە:-

توێژی بەرهەم	30-24	37-31	44-38	51-45	58-52	65-59
ژمارەی کرێکار	6	9	14	12	10	9

شیکار :- دەتوانرێت نێوەنجی هەژمارکردن بۆداتا ڕیزکراوەکان بدۆزرێتەوە، دوای ئەوە لادانی نێوەنج لەمیانەی دروست کردنی ئەم خشتەیە بدۆزەرەوە:-

توێژەکانی بەرهەم	ژمارەی کرێکار	سەنتەری توێژەکان x_i	$f_i x_i$	$\left|x_i-\bar{x}\right|$	$f_i\left|x_i-\bar{x}\right|$
30-24	6	27	162	18.4333	110.5998
37-31	9	34	306	11.4333	102.8997
44-38	14	41	574	4.4333	62.0662
51-45	12	48	576	2.5667	30.8004
58-52	10	55	550	9.5667	95.667
65-59	9	62	558	16.5667	149.1003
سەرجەم	60		2726		551.1334

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i} = \frac{2726}{60} = 45.4333$$

بۆیە لادانی نێوەنج بریتییە لە:-

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i \left| x_i - \bar{x} \right|}{\sum_{i=1}^{m} f_i} = \frac{551.1334}{60} = 9.1856$$

تێبینی :- ئەم پێوەرە لەمەوداووردترەو هەموو بەهاکان لەهەژمارکردن لەبەرچاودەگرێت، بەڵام زۆر بەبەها شازەکانی کاریگەرەو فەرامۆشکردنی نیشانەکانیش دەبێتە سنووردارنەبوونی وردییەکان.

4.5 :- لادانی چارەگی :- Quartile Deviation

یان پێ ی دەڵێن(نیوەی مەودای چارەگی)، کە گیروگرفتی کارێگار بەبەهای شاز چارەسەر دەکات، کەمەودا بەدەستییەوە دەناڵێنێت، دەتوانرێت لەدۆخی داتا ڕیزکراوەکان و داتا ڕیزکراوەکان بدۆزرێتەوە، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

أ- لادانی چارەگی بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان :- لادانی چارەگی لەمیانەی ڕیزبەندی داتاکان بەشێوەی بەرزبۆوەو نزم بۆوە دەدۆزرێتەوە، ئینجا هەژماری هەردوو چارەگی نزم و بەرز بەم شێوەیە ڕیزبەندی دەکرێت:-

ڕیزبەندی چارەگی نزم = $\frac{\text{ژمارەی بەهاکان} + 1}{4}$ ، ڕیزبەندی چارەگی بەرز = $\frac{3 \times (\text{ژمارەی بەهاکان} + 1)}{4}$

دەتوانرێت لادانی چارەگی لەمیانەی ئەم دەقە بدۆزرێتەوە:-

$$Q \cdot D = \frac{Q_u - Q_l}{2} \qquad \cdots \quad (5.4)$$

نموونە(5.5) :- لەم داتایانەی خوارەوە، لادانی چارەگی بدۆزەرەوە؟

x_i	4	3	2	6	5	2	3	5	1	0	4

شیکار :- بۆدۆزینـەوەی ریزبەنـدی چـارەگی نـزم و بـەرز، داتاکـان بەشـێوەی بـەرزبۆوە ریزبەندی دەکەیت:-

$\bar{x}_i$	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6

ریزبەندی چارەگی بەرز= $\frac{1+11}{4} = 3$

ریزبەندی چارەگی نزم= $3 \times \left(\frac{1+11}{4}\right) = 9$

واتە: $Q_u = 5$ و $Q_l = 2$

دەتوانرێت هەژمارکردنی لادانی چارەگی بەم شێوەیە هەژماربکرێت :-

$$Q \cdot D = \frac{Q_u - Q_l}{2} = \frac{5-2}{2} = 1.5$$

ب- لادانی چارەگی بۆ داتا ڕێزکراوەکان :-

لادانـی پێوانـەیی چـارەگی بـۆ داتـا ڕیزکراوەکـان لەمیانـەی دروسـت کردنـی دووبـارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە ریزبەندییان دەدۆزرێتەوە، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

ریزبەندی چارەگی نزم = $\frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{4}$

ریزبەندی چارەگی بەرز= $3 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{4}\right)$

بەهای چارەگی نزم = نزمترین رادە بۆ توێژی دەکەوێت نێو چارەگی نزم + $\dfrac{\text{ڕیزبەندی چارەگی نزم} - \text{دووبارەیی کۆکراوەی نزمبووە بۆ توێژی پێش چارەگی}}{\text{دووبارەی بنەڕەتی بۆ توێژی چارەگی نزم}}$ × درێژی توێژی چارەگی نزم

بەهای چارەگی بەرز = نزمترین رادە بۆ توێژی دەکەوێت نێو چارەگی بەرز + $\dfrac{\text{ڕیزبەندی چارەگی بەرز} - \text{دووبارەیی کۆکراوەی نزمبووە بۆ توێژی پێش چارەگی}}{\text{دووبارەی بنەڕەتی بۆ توێژی چارەگی بەرز}}$ × درێژی توێژی چارەگی بەرز

لەسەر ئەو بنچینەیەدا دەتوانرێت لادانی چارەگی بەدەست بهێنرێت، ئەویش بەبەکارهێنانی دەقی(5.4).

نموونە(6.5):- بۆئەم خشتەیی خوارەوە، لادانی چارەگی بدۆزەرەوە؟

توێژەکانی داهات	ژمارەی خێزان	سنووری بەرزی توێژەکان	دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە
-0	18	200	18
-200	72	400	90
-400	154	600	244
-600	111	800	355
1000-800	45	1000	400

شیکار:- چارەگی نزم و بەرزو ریزبەندییان بەم شێوەی خوارەوەیە:-

$$\frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{4} = \frac{400}{4} = 100 \text{ ریزبەندی چارەگی نزم} =$$

$$3 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{4} \right) = 3 \cdot \left(\frac{400}{4} \right) = 300 \text{ ریزبەندی چارەگی بەرز} =$$

بەهای   نزمترین ڕادە   ڕێژەبەندی چارەگی نزم − دووبارەیی کۆکراوەی نزمبووە بۆ تۆیژی پێش چارەگی
چارەگی − بۆ تۆیژی دەکەوێت + -- × درێژی تۆیژی چارەگی نزم
نزم   نیو چارەگی نزم   دووبارەی بەرامبەری بۆ تۆیژی چارەگی نزم

بەهای چارەگی نزم = ٤٠٠ + (١٠٠ − ٩٠) / ١٥٤ × ٢٠٠ = ٤١٢,٩٨٧ دینار

بەهای   نزمترین ڕادە   ڕێژەبەندی چارەگی بەرز − دووبارەیی کۆکراوەی نزمبووە بۆ تۆیژی پێش چارەگی
چارەگی − بۆ تۆیژی دەکەوێت + -- × درێژی تۆیژی چارەگی بەرز
بەرز   نیو چارەگی بەرز   دووبارەی بەرامبەری بۆ تۆیژی چارەگی بەرز

بەهای چارەگی بەرز = ٦٠٠ + (٣٠٠ − ٢٤٤) / ١١١ × ٢٠٠ = ٧٠٠,٩٠٠٩ دینار

لەسەر ئەو بنچینەیەدا دەتوانرێت لادانی چارەگی بەم شێوەی خوارەوە بەدەست بهێنرێت :−

$$Q\cdot D=\frac{Q_u-Q_l}{2}=\frac{700.9009-412.987}{2}=143.957$$

تێبینی :− ئەو کاتە لادانی چارەگی بەکار دەهێنرێت، کاتێک بەهای شاز لەکۆمەڵە داتایەک هەبێت، لەپێوەری مەودا باشترە، بەڵام خەوشەکەی ئەوەیە پێوەرێکی نزیکردنەوەیە و هەموو بەهاکانیشی لەکاتی هەژمارکردن لەبەرچاو ناگرێت.

5.5 :− لادانی پێوەرکاری :− Standard Deviation

لەهەندێك جاریش پێ ی دەوترێت لادانی پێوانکاری، لەڕاستیدا ئەمە لەباشترین پێوەرەکانی پەرش و بڵاوییە، ئەمەش بەهۆی بوونی ژمارەیەك لایەنی پۆزەتیڤی نموونەیی، ئەمەش وای کردووە لەپێشەوەی پێوەرەکانەوە بێت لەکاتی پراکتیزەکردندا، هەروەها دەتوانرێت لەدۆخی بوونی داتا ڕیزکراوەکان و نا ڕیزکراوەکان بەکاربهێنرێت، ئەمەش بەشێوەی خوارەوە :−

أ- **لادانی پێوەرکاری بۆ داتا نا ریزکراوەکان :-**

بەوە پێناسە دەکرێت، کە بریتییە لەرەگی دووجای کۆیی بۆ نێوەنجی سەرجەمی چوار جای لادانی داتاکان لە نێوەنجی هەژمارکرندا واتە:-

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \quad \cdots \quad (5.5)$$

هەروەها دەقی دیکەش هەیە کەداتا شراوە لەدەقی (5.5) کە دەتوانرێت لێیەوە لادانی پێوەرکاری پێ بدۆزرێتەوە، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}{n}}{n-1}} \quad \cdots \quad (5.6)$$

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}{n-1}} \quad \cdots \quad (5.7)$$

نموونە (7.5) :- ئەم داتایانەی خوارەوە بریتییە لە نمرەی بەشی ئابووری لەوانەی بنەماکانی زانستی ئامار ئەویش بەم شێوەی خوارەوەیە :-

x_i	50	70	54	45	60	65	85	38	90	83

داواکاری :- لادانی پێوەر کاری بۆ نمرەی قوتابیان هەژمار بکە ؟

شیکار :- یەکەم جار نێوەنجی هەژمارکردن بۆ ئەم داتایانەی خوارەوە دەردەهێنین :-

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{10}x_i}{10}=\frac{50+70+\cdots+83}{10}=\frac{640}{10}=64$$

دەتوانرێت هەژمارکردن ئاسان بکەین ئەویش لەمیانەی دروست کردنی ئەم خشتەیەی خوارەوە:—

x_i^2	$(x_i - \bar{x})^2$	$x_i - \bar{x}$	داتاکان x_i
2500	196	14-=64-50	50
4900	36	6=64-70	70
2916	100	10-=64-54	54
2025	361	19-=64-45	45
3600	16	4-=64-60	60
4225	1	1=64-65	65
7225	441	21=64-85	85
1444	676	26-=64-38	38
8100	676	26=64-90	90
6889	361	19=64-83	83
43824	2864	0	سەرجەم

لەمیانەی دەقی(5.5) دەتوانین لادانی پێوەرکاری بەم شێوەی خوارەوە بەدەست بهێنین :

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2864}{10-1}} = \sqrt{318.2222} = 17.8388$$

یان لەمیانەی دەقی (5.6) دەتوانین بەم شێوەی خوارەوە لادانی پێوەرکاری دەربهێنین :—

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{(43824) - \frac{(640)^2}{10}}{10-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{43824 - 40960}{9}} = \sqrt{\frac{2864}{9}} = \sqrt{318.2222} = 17.8388$$

یاخود لەمیانەی دەقی (5.7) دەتوانین لادانی پێوەرکاری بەم شێوەی خوارەوە بەدەست بهێنین :—

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\,\bar{x}^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{43824-(10)(64)^2}{10-1}}$$

$$=\sqrt{\frac{43824-(10)(4096)}{9}}=\sqrt{\frac{2864}{9}}=17.8388$$

ب- لادانی پێوەرکاری بۆداتا ڕیزکراوەکان :

دەتوانرێت لادانی پێوەرکاری بۆ داتا ڕیزکراوەکان هەژمار بکرێت، ئەویش لەمیانەی دۆزینەوەی سەنتەری توێژەکان و جاران کردنی بە دووبارەکانی بەرامبەرییان، لە نەژمارکردنی نێوەنجی هەژمارکردن بۆ داتا ڕیزکراوەکان و دۆزینەوەی لادانەکانی سەنتەری توێژەکان لە نێوەنجی هەژمارکردن، بۆئەمەش پشت بەپڕاکتیزەکردنی ئەم دەقەی خوارەوە دەبەستین :-

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{m}f_i-1}}\qquad\cdots\quad(5.8)$$

هەروەها ژمارەیەك دەقی دیکە هەیە، کەداتاشراوە لەم دەقەی سەرەوە، کە لەمیانەیدا دەتوانین هەژماری لادانی پێوەرکاری بکەین، کەبواری باسکردنی نییە لەم کتێبەدا.

نموونە(8.5):- ئەم خشتەیەی خوارەوە بریتییە لەتوێژی بەرهەم لە کارگەی شیشارو بیشار بەرامبەر بە ژمارەی کرێکاران

توێژی بەرهەم	دووبارە (ژمارەی کرێکاران)
20-10	2
30-20	8
40-30	9
50-40	7
60-50	4

داواکاری :- لادانی پێوەرکاری بدۆزەرەوە.

شیکار :- بۆ هەژمارکردنی لادانی پێوەرکاری پشت بەم خشتەی خوارەوە دەبەستین :-

توێژەکان	دووبارەکان f_i	سەنتەری توێژەکان x_i	$f_i x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
20-10	2	15	30	21-	441	882
30-20	8	25	200	11-	121	968
40-30	9	35	315	1-	1	9
50-40	7	45	315	9	81	567
60-50	4	55	220	19	361	1444
سەرجەم	30		1080			3870

یەکــەمجار ژمــارکردنی نێــوەنجی هــەژمارکردن دەردەهێــنین، ئــەویش بــەم شــێوەی خوارەوە:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{5} f_i} = \frac{1080}{30} = 36$$

لەمیانەی ئەم دەقەدا(5.8) هەژماری لادانی پێوەرکاری دەکەین، ئـەویش بـەم شـێوەی خوارەوە :-

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{5} f_i - 1}} = \sqrt{\frac{3870}{30-1}} = \sqrt{133.4483} = 11.552$$

تێبینی :- لادانی پێوەرکاری، بەیەکێك لەگرنگترین پێوەرەکانی پەرشوبڵاوی دادەنرێت، کە بەرامبەر گرنگی نێوەنجی هەژمارکردنە لەپێوەرەکانی ناکۆکی ناوەندی، ئەویش لەبەر ئەوەی هەموو داتاکان لـەژمارکردن لەبەرچاو دەگرێـت، سـەرباریووردی و ئاسـانی ئـەو پێـوەرە، هــەروەها خەڵســەتە ماتمــاتیکی و ئاماریــەکانی نایابــە، کــەدەتوانرێت لەشیکردنەوەو یاساکان بەکاربهێنرێت، کەدەچێتە نێو پلەی پەرشو بـڵاوی، هـەروەکو لـە دۆخی لێکۆڵینەوەی ئەگەرەکان و بژاردەکان و ئەزموونـە ئامارییـەکان بەرچـاو دەکـەون، بـەڵام خەوشـەکەی ئەوەیـە بـە بـەهای شـازەکان کاریگـەر دەبێـت و بەزەحمـەت لـەداتا باسەنی یەکان هەژمار دەکرێت.

6.5:- جیاکاری :-The Variance

جیاکاری بریتییە لە چوارجای لادانی پێوەرکاری بۆکۆمەڵەیەک بەها بۆیە هێمای (S^2) ئاماژە بەجیاکاری بەهای بژاردە دەکات، لەهەمان کاتدا ($б^2$) ئاماژە بەجیاکاری هەمووکۆمەڵگا دەکات و دەتوانرێت لەدۆخی داتا نا ڕیزکراوەکان و دۆخی داتا ڕیزکراوەکان بدۆزرێتەوە، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

أ- جیاکاری بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان :-

دەتوانرێت جیاکاری بۆداتا نا ڕیزکراوەکان لەمیانەی دووجای لادانی پێوەرکاری لەدەقی(55) یان (5.6) یاخود(5.7) دەربهێنرێت، واتەلەمیانەی هەژمارکردنی لادانی بەهای تاکەکانی بژاردەکە لە نێوەنجی هەژمارکردن بەدابەش کردن لەسەر پلەی ئازادی (n-1) بەبێ وەرگرتنی ڕەگی دووجایی دەردەهێنرێت، واتە:-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \cdots \quad (5.9)$$

لەهەمان کاتدا دەتوانرێت هەژمار بکرێت بۆ کۆمەڵگا لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە:-

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N-1} \quad \cdots \quad (5.10)$$

نموونە(9.5): بۆ ئەم داتایانەی خوارەوە جیاکاری بدۆزەرەوە؟

x_i	5	7	4	5	6	5	6	2

شیکار :- یەکەمجار نێوەنجی هەژمارکردن دەردەهێنین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{8} = \frac{5+7+\cdots+2}{8} = \frac{40}{8} = 5$$

دەتوانرێت جیاکاری بژاردە بەم شێوەیە بدۆزرێتەوە:-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{8}(x_i-\bar{x})^2}{8-1} = \frac{(5-5)^2+(7-5)^2+\cdots+(2-5)^2}{7}$$
$$= \frac{0+4+\cdots+9}{7} = \frac{16}{7} = 2.2857$$

ب- جیاکاری بۆداتا ڕیزکراوەکان :

دەتوانرێت جیاکاری داتا ڕیزکراوەکان لەبژاردە هەژماربکرێت، ئەویش لەمیانەی چوارجای دەقی(5.8)، واتە:-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{m} f_i - 1} \quad \cdots \quad (5.11)$$

نموونە :-(10.5) ئەم خشتەی خوارەوە بریتییە لە توێژی کرێ لەبەرامبەر ژمارەی فەرمانبەران لە دەستەی ئاماریی هەرێمی کوردستاندا، داواکاری مەزندەی جیاکاری کرێ بکە؟

توێژی کرێ	دووبارەکان (ژمارەی فەرمانبەران)
300-200	20
400-300	30
500-400	60
600-500	44
700-600	32
800-700	14

شیکار:- بۆ هەژمارکردنی جیاکاری هەڵدەستین بەدروست کردنی ئەم خشتەی خوارەوە:-

$f_i(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2$	$x_i-\bar{x}$	$f_i x_i$	سەنتەری توێژەکان x_i	دووبارەکان f_i	توێژەکان
1152000	57600	240-	5000	250	20	300-200
588000	19600	140-	10500	350	30	400-300
96000	1600	40-	27000	450	60	500-400
158400	3600	60	24200	550	44	600-500
819200	25600	160	20800	650	32	700-600
946400	67600	260	10500	750	14	800-700
3760000			98000		200	سەرجەم

یەکـەمجار هەڵدەسـتین بـە ژمـارکردنی نێـوەنجی هـەژمارکردن، ئـەویش بـەم شـێوەی خوارەوە :-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{6} f_i} = \frac{98000}{200} = 490$$

لەمیانەی دەقی (5.11) هەژماری جیاکاری دەکەین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{6} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{6} f_i - 1} = \frac{3760000}{200-1} = 18894.4724$$

تێبینـی :- لایەنـە پـۆزەتیف و نێگـەتیف و خەسـڵەتەکانی جیاکـاری بریتییـە لەهـەمان لایەنی پـۆزەتیف و نێگـەتیف و خەسـڵەتەکانی لادانـی پێوەرکـاری، دەتـوانین گـرنگترین خەسڵەتەکانی لەم خاڵانەی خوارەوە بخەینەڕوو :-

جیاکاری هەمیشە گەورەترە یان یەکسانە بە سفر.

1- ئەگەر بێتو $y_i = a\,x_i$ ئەوا $s_y^2 = a^2 \cdot s_x^2$

2- ئەگەر بێتو $y_i = x_i \mp a$ ئەوا $s_y^2 = s_x^2$

3- ئەگەر بێتو $y_i = a\,x_i \mp b$ ئەوا $s_y^2 = a^2 \cdot s_x^2$

7.5 :- هاوکۆلکەی پەرشوبلاوی :- Coefficient of Dispersion

جاری وا هەیە پێویستمان بەبەراوردکردنی نێوان پەرشوبلاوی دوو کۆمەڵە یـان زیـاتر لەبەها جۆراوجۆرەکانەوە لەگەڵ یەکترییەوە دەبێت، لەڕووی ناوەڕاستی هەژمارکردنـەوە یـان بـەهای کۆمەڵـە جۆراوجۆرەکـان پێوانـە کـراوە بەیەکـە جۆراوجۆرەکـان، لەوکاتـەدا ناتوانرێـت پێوەرەکـانی پەرشـوبلاوی ڕەهـا بـە تـەنیا بـەکاربهێنین، بـەڵکو پێویسـتمان بەبــەکارهێنانی پێوەرەکــانی پەرشــوبلاوی ڕێــژەیی هەیــە، کەخاڵییــە لەیەکــەکانی پێوانەکردن، گەلێك جۆرمان هەیە لەوانـە هاوکۆلکـەی پەرشـوبلاوی، کـە پشـت بەمـەودا

دەبەستێت یان لادانی چارەگی یاخود لادانی نێوەنج، لەگرنگترین ئەوەی پشتی پێ دەبەسترێت بریتییە لە لادانی پێوەرکاری یان پێ ی دەڵێن هاوکۆلکەی جیاوازی (Coefficient of Variation) کەدەتوانرێت لەدۆخی داتا ڕیزکراوەکان و داتا نا ڕیزکراوەکان لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە بدۆزرێتەوە

$$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 \qquad \cdots \quad (5.12)$$

نموونە(11.5) بەراورد لەنێوان جیاوازی ڕێژەیی لەدرێژی و کێشی بکەو ئەوەش دیاری بکە کە کامەیان هاوشێوەی زیاتر بۆ ئەوکۆمەڵە قوتابییە ئەگەر بێتو نێوەنجی درێژی(172) سم و لادانی پێوەرکاری (10.5)، هەروەها نێوەنجی کێشی 75 کگم و لادانی پێوەرکاری(15) بێت؟

شیکار :- بەهۆی ئەوەی هەردوو دیاردە جیاوازن لەڕووی یەکەی پێوانەدا بۆیە پێویستە پێوەری پەرشوبڵاوی ڕێژەیی وەکو هاوکۆلکەی جیاوازی بۆ بەراوردکاری لەنێوان مەودای جیاوازی پەرشوبڵاوی لەنێوان درێژی و کێش بەکاربهێنرێت:

سەبارەت بەدرێژی :-
$$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{10.5}{172} \cdot 100 = 6.1047$$

سەبارەت بەکێش :-
$$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{15}{75} \cdot 100 = 20$$

لەمەش ئەوە ڕوون دەبێتەوە ئەو قوتابیانە زۆر هاوشێوەن لە درێژی نەك لەکێشدا، چونکە هاوکۆلکەی پەرشوبڵاوی لەدرێژی کەمترە لەهاوکۆلکەی پەرشوبڵاوی لەکێشدا .

نموونە (12.5) :- بەراورد بکە بەبەکارهێنانی هاوکۆلکەی جیاوازی مەودای کەلێن لەنێوان توێژەکانی بەرهەم لەنموونەی (8.5) و توێژی کرێ لەنموونەی (10.5) .

شیکار :- لەمیانەی نموونەی (8.5) ئەمانەمان بەدەست هێنا :- نێوەنجی هەژمارکردن = 36 لادانی پێوەرکاری = 11.552 لەبەرامبەردا لەنموونەی (10.5) نێوەنجی هەژمارکردن = 490 و لادانی پێوەرکاری = 18894.4724، بۆیە دەتوانرێت هاوکۆلکەی جیاوازی بەم جۆرە بدۆزرێتەوە .

سەبارەت بەتوێژەکانی بەرهەم :-

$$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{11.552}{36} \cdot 100 = 32.0889$$

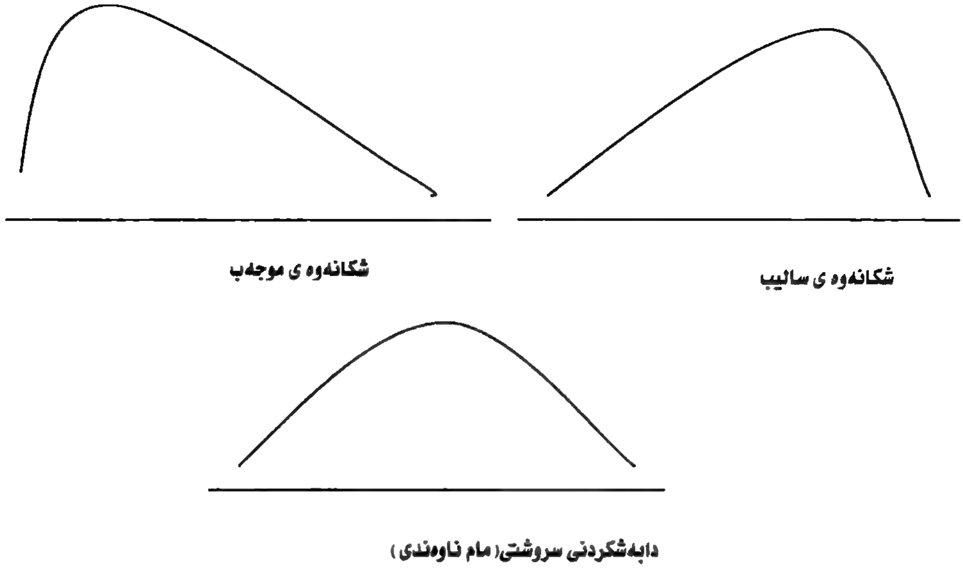
سەبارەت بەتوێژەكانی كرێ:ـ

$$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{18894.4724}{490} \cdot 100 = 38.5601$$

لەمەش ئەوە ڕوون دەبێتەوە، كەتوێژەكانی بەرهەم زیاتر هاوشێوەی توێژەكانی كرێێن، چونكە هاوكۆلكەی پەرشوبلاوی لەتوێژەكانی بەرهەم كەمترە لەهاوكۆلكەی پەرشوبلاوی لەتوێژەكانی كرێ دا .

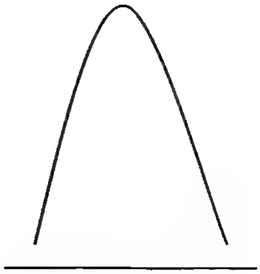
8.5 :**شكانەوە و جوڵاوی چەماوە (الالتواء و التفلطح)** :ـ

چەماوەی دووبارەییە، كە دابەشكردنی هاوشێوەیە یان دابەشكردنی هاوشێوە نییە، چەماوەی ناهاوشێوە پێ ی دەوترێت شكانەوەی چەماوە (**ملتوية**) (**الالتواء**) بریتییە لەدووری چەماوە لەهاوشێوەیی، ئەمەش مانای ئەوەیە بەهاكەی بیرۆكەی ئەوە دەداتە دەستەوە كەبەهای داتاكان تەمەركوز دەكەن، ئینجا ئەگەر بێتو ئەو داتایانەی لە دوروبەری بەهای داتای بچووك زیاتر لەبەهای داتای گەورە تەمەركوزییان كرد، ئەوا دابەشكردنی ئەو داتایانە دەشكێتەوە بەرەو لای ڕاست، كەپێ ی دەگوترێت (ئیلتوای موجەب)، بەلاَم ئەگەر بێتو پێچەوانە بوو ئەوا ئیلتوای دابەشكردنی داتاكان سالیب دەبێت، واتەبەرەو لای چەپ دەشكێتەوە، بەلاَم ئەگەر بێتو یەكسان بوو بەسفر، ئەمەش مانای ئەوەیە هاوشێوەی دابەشكردنە. كاتێك دابەشكردن بەرەو لای ڕاست دەشكێتەوە، ئەوا بەهای توندەكان لەبەرەو ڕاست چوون، كارێگارییان لەسەر نێوەنجی هەژماركردن دەبێت و بەرەو لای ڕاست ڕای دەكێشێت، بەمەش نێوەنج گەورەتر دەبێت لەناوەڕاست مەنوال. بەلاَم ئەگەر بێتو دابەشكردن بەرەو لای چەپ بشكێتەوە ئەوا بەهای توند بچووك دەبێت و ڕای دەكێشێت بەرەو لای چەپ بەمەش ناوەڕاستی هەژماركردن بچووكتر دەبێت لەناوەڕاستی مەنوال، كەچی ئەگەر بێتو دابەش كردنەكە هاوسەنگ بێت ئەوا نێوەنج هەژماركردن یەكسان دەبێت بەناوەڕاست و مەنوال، ئەم شێوانەی خوارەوە ئەمانە ڕوون دەكەنەوە :ـ

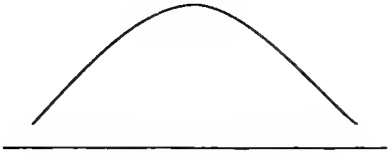


شێوەی (5.1):دابەشکردنی سروشتی و شکانەوەی ساليب و موجەب ڕوون دەکاتەوە

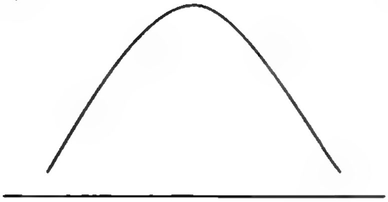
هـەروەها جوڵـاوی چـەماوە (الـتفلطح او التفـرطح) بریتییـە لـەدووبارەیی بـەهاکان لەهەردوو لای ئەو دابەشکردنە، ئەمەش بریتییە لـە پلـەی بـەرزی لوتکـەی دابـەش کـردن سـەبارەت بەدابەشـکردنی سروشـتی، ئەگـەر بێتـو بـەهای جوڵـاوی چـەماوە (الـتفلطح) گەورەبێت، ئـەوا ئـەو دابەشـکردنە لوتکـەی نـزم دەبێت، پـێ ی دەوترێت دابەشـکردنی گـەورەی جوڵـاوی چـەماوە (الـتفلطح)، بـەڵام ئەگـەر بێتـو بـەهای جوڵـاوی چـەماوە (الـتفلطح) بچـووك بێـت، ئـەوا دابەشـکردنی لوتکـەیی بـەرز دەبێـت و پـێ ی دەوترێـت دابەشکردنی کەمی جوڵاوی چـەماوە (الـتفلطح) ، ئەگـەر بێتـو بـەهای جوڵـاوی چـەماوە (التفلطح) ناوەڕاسـت بێـت پـێ ی دەوترێـت دابەشـکردنی ناوەڕاسـتی جوڵـاوی چـەماوە (التفلطح)، ئەم شێوانەی خوارەوە ڕوونی دەکەنەوە :-



دابەشکردنی کەمی جوڵاوی چەماوە



دابەشکردنی گەورەی جوڵاوی چەماوە



دابەشکردنی مام ناوەندی جوڵاوی
چەماوە

هەروەها چەندان ڕێگای دیکە بۆهـەژمارکردنی شـکانەوە و جوڵـاوی چـەماوە (**الالتـواء و التفلطح**) هەیە، کەلەم کتێبەدا بوار نییە باسی لێوە بکەین .

راهێنانی بەشی پێنجەم

1.5:- مەبەست لە پێوەرەکانی پەرشوبڵاوی چییە؟

2.5:- مەوداو لادانی نێوەنج بۆ خەرجی مانگانەی بژاردەیەکی شاری هەولێر بدۆزەرەوە ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

400	700	800	1000	900	200	500	650	950	740	520

3.5: ئەگەر بێتو بەکاربردنی خێزانی مانگانە بۆ برنج لەشاری هەولێر و سلێمانی بەم شێوەیە بێت :-

12	15	12.4	13.9	10.3	9.06	2.70	5.9	6.5	7.50	7.8	هەولێر
9.8	10	5.9	6.8	4.8	7.9	5.8	12	13	4.9	3.4	سلێمانی

داواکاری :- زانینی کامە شار زیاترە هاوشێوەیە بەپشت بەستن بەمەوداو لادانی نێوەنج.

4.5:- ئەم داتایانەی خوارەوە بریتییە لەکێشی بژاردە قوتابیان کە ژمارەییان (15) قوتابییە :-

59	60	48	53	46	57	45	x_i
46	55	68	44	49	54	62	67

داواکاری :- هەژمارکردنی لادانی چارەگی و پێوەرکاری و جیاکاری؟

5.5:- لادانی چارەگی و پێوەرکاری و جیاکاری بۆئەم خشتە دابەشکردن دووبارەیی خوارەوە بدۆزەرەوە :-

10-8	8-6	6-4	4-2	2-0	توێژەکان
4	6	8	6	4	دووبارەکان

6.5:- بەراوردی ئەم دووخشتە دووبارەیی خوارەوە بەبەکارهێنانی هاوکۆلکەی جیاکاری بکە :-

22-18	18-14	14-10	10-6	6-2	توێژەکان
3	4	8	7	5	دووبارەکان
15-12	12-9	9-6	6-3	3-0	توێژەکان
14	16	18	16	14	دووبارەکان

بەشی شەشەم

شیکردنەوەی پێکەوەلکان

Correlation Analysis

1.6 :- پێشەکی :-پێکەوەلکان (Correlation)

بریتییە لە ئامرازێکی شیکردنەوەی ئامار بۆ مەبەستی پێوانەکردنی چەندایەتی پێکەوەلکان و ئاراستەکانی لەنێوان دووگۆڕاو یان زیاتر، پێوانەکردنی پێکەوەلکان بۆ زانینی سروشتی گۆڕانکاری لەنێوان دوو گۆڕاو یان زیاتر، ئەویش بەهۆی خەسڵەتی دیاریکراو کە کۆیان دەکاتەوە، داواکاری ئەوەیە لەم دۆخەدا بزانرێت ئایا خەسڵەتەکانی ئەو گۆڕاوە پەیوەندیدارە بەخەسڵەتەکانی گۆڕاوێکی دیکە یان گۆڕاوەکانی دیکە، نموونەش بۆ ئەمە گەلێك زۆرە، بۆنموونە :- لێکۆڵینەوە لەپەیوەندی نێوان داهاتی مانگانە و خەرجی مانگانەی خێزان، واتە ڕوودانی جوڵە لەخەرجی مانگانە پەیوەندیدارە بەجوڵەی داهاتی مانگانەی خێزان ، تێبینی ئەوە دەکرێت، کە خەرجییەکان زیاد دەکات، کاتێك داهاتی مانگانەی خێزان زیاد دەکات، هەروەها تێبینی پەیوەندی نێوان نرخی کاڵاو بڕی خستنەڕووی لەبازاڕ دەخاتەڕوو.

تێبینی :- پێویستە یەکەمجار پەیوەندیکی مەنتقی و زانستی لەنێوان دوو گۆڕاو هەبێت، دوای ئەوە کردەی هەژمارکردنی پێکەوەلکان ئەنجام دەدرێت ، بۆنموونە:- پەیوەندی مەنتقی لەنێوان خێرایی ئاوی دۆڵەکان و نرخی زەوی لەشاردا نییە، لێرەدا ناتوانرێت پێکەوەلکان بدۆزرێتەوە، ئەویش لەبەرئەوەی پەیوەندیەکی مەنتقی و زانستی لەنێوانیاندا هەیە ، چەندان جۆر هاوکۆلکەی هەیەو لەم بەشەدا باس لە گرنگترینیان دەکەین:-

2.6 :- هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە :- Simple Linear Correlation Coefficient

یان پی ی دەگوترێت هاوکۆلکەی پێکەوەلکان (Pearson) بۆ لێکۆڵینەوەی پەیوەندی نێوان دوو گۆڕاو بەکار دەهێنرێت، کە خەسڵەتی شایستەی پێوانەکردنیان هەیە، وەك کێش، درێژی، تەمەن، دینار...هتد، هێما بۆ بژاردە (r_{xy}) دەکرێت و بۆ کۆمەڵگاش هێمای (p_{xy}) دەبێت، ژمارەیەك دەقی ماتماتیکی بۆ هەژمارکردنی هاوکۆلکەی پێکەوەلکان بۆداتاکان هەیە، کەریزبەندی $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$ کراوە بەشێوەی جووت بەم شێوەی خوارەوە:-

هەروەها هاوکۆلکەی پێکەوەلکان بەبەکارهێنانی ئەم دەقەی خوارەوە هەژماردەکرێت:-

$$r_{xy}=\frac{\operatorname{cov}(x,y)}{S_x . S_y}=\frac{S_{xy}}{S_x . S_y} \quad \cdots \quad (6.1)$$

پێی دەگوترێت جیاکاری هاوبەشCovariance لە نێوان y و x
کە

$$\operatorname{cov}(x,y)=S_{xy}$$

کە بە پێی ئەم دەقەی خوارەوە هەژماردەکرێت:–

$$\operatorname{cov}(x,y)=S_{xy}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{n-1} \quad \cdots \quad (6.2)$$

بۆیە :–

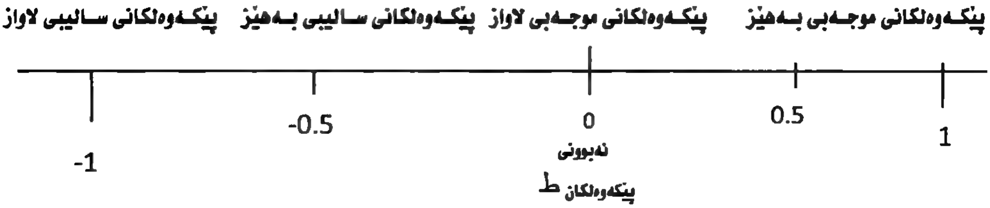
$$r_{xy}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})/n-1}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}.\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}{n-1}}}$$

$$\therefore r_{xy}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2.\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}} \quad \cdots \quad (6.3)$$

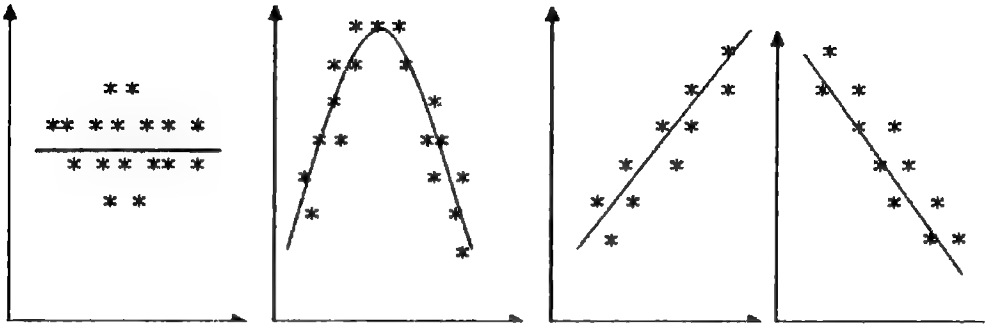
تێبینی ئەوە دەکرێت لەمیانەی ئەم دەقەی سەرەوە، ژێرەوە هەمیشە موجەبە، ئەمەش مانای ئەوەیە کە نیشانەی هاوکۆلکەی پێکەوەلکان، لەمیانەی نیشانەی سەرەوە دیاری دەکرێت، ئینجا ئەگەر بێتو سەرەوە (جیاکاری هاوبەش) موجەب بوو، ئەمەش مانای ئەوەیە پێکەوەلکان موجەبەو پێچەوانەکەشی ڕاستەکەیەتی، بەهاکەشی بریتییە لە:–

$$-1\leq \rho_{xy} \quad \text{أو} \quad r_{xy}\leq 1$$

هەروەها ئەمانەی خوارەوەمان هەیە:



شێوەی بڵاوی جووتەی بەهاکان، ئەوەڕوون دەکاتەوە، کەپەیوەندی هێڵی(سالیب یان موجەب) یان ناهێڵی یاخود نەبوونی پەیوەندی نێوان دووگۆڕاو، ئەم شێوانەی خوارەوە ڕوونی دەکاتەوە:



پێکەوەلکانی سالیب   پێکەوەلکانی موجەب   پێکەوەلکانی هێڵی   نەبوونی پێکەوەلکان

شێوەکانی بڵاوکردنەوە بۆ هەندێك دۆخی پێکەوەلکان و نەبوونییەوە

نموونــە :- توێـژەرێکی ئـابووری دەیـەوێت لێکۆڵینـەوە لەپەیوەنـدی نێـوان داهـاتی مانگانەی خێزان و خـەرجی مانگانـەی خێـزان لەشـاری سلێمانی لەمیانـەی بژاردەیـەکی ڕەمەکی بەم شێوەی خوارەوە بکات:-

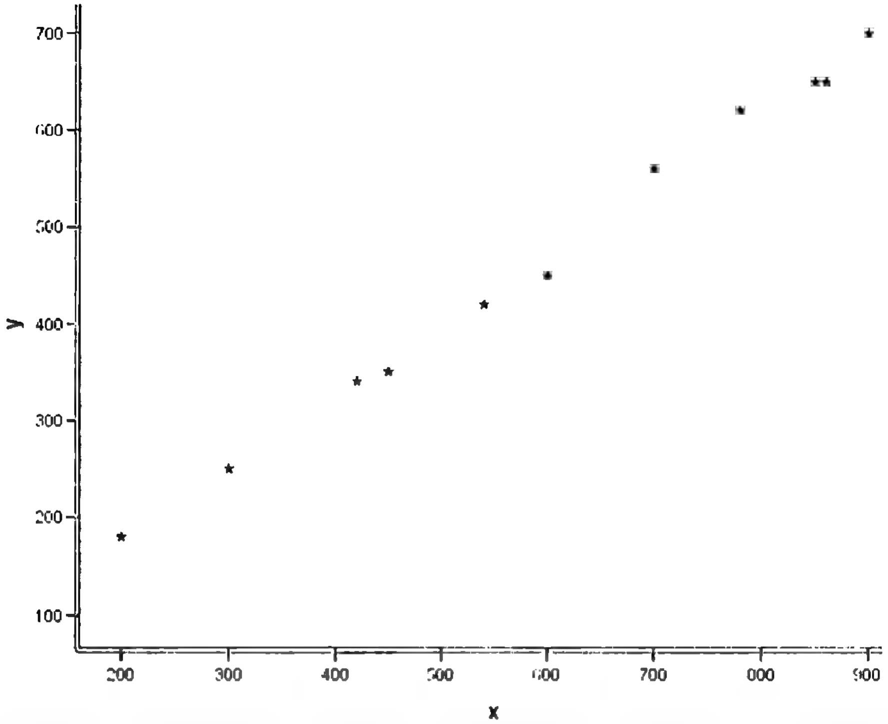
داهاتی مانگانەی خێزانX (هەزار دینار)	خەرجی مانگانەی خێزانY (هەزار دینار)
420	340
600	450
200	180
700	560
900	700
850	650
300	250
540	420
780	620
860	650
450	350

داواکاری بریتییە لە:-

1- شـــــێوەی بڵاوبونـــــــەوەی داتاکـــــــانی ســــــەرەوە بکێشــــــە؟

2- بـــــڕی پێکـــــەوەلکانی نێـــــوان ئـــــەودوو دیارەیـــــە چـــــەندە؟ بکێشرێت، ئەویش بەشێوەی

شیکار:- دەتوانرێت شێوەی بڵاوبوونەوەی لەمیانەی جووتەی بەهای (Y,X) خوارەوە:-



شێوەی (6.1): شێوەکانی بڵاوکردنەوە بۆ هەندێك دۆخی پێکەوەلکان و نەبوونییەوە

لەمیانەی ئەم شێوە بڵاو بۆوە، تێبینی بوونی پەیوەندی ڕاستەوانە لەنێوان داهات و خەرجی مانگانەی خێزان لە شاری سلێمانی دەکرێت .

2) بۆ دۆزینەوەی هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە، لێرەدا نێوەنجی هەژمارکردن دەردەهێنین و ئەم خشتەی خوارەوەش دروست دەکەین:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{11} x_i}{11} = \frac{420+600+\cdots+450}{11} = \frac{6600}{11} = 600$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{11} y_i}{11} = \frac{340+450+\cdots+350}{11} = \frac{5170}{11} = 470$$

$(y_i-\bar{y})^2$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$	$(y_i-\bar{y})$	$(x_i-\bar{x})$	Y	X	زنجیره
16900	32400	23400	130-	180-	340	420	1
400	0	0	20-	0	450	600	2
84100	160000	116000	290-	400-	180	200	3
8100	10000	9000	90	100	560	700	4
52900	90000	69000	230	300	700	900	5
32400	62500	45000	180	250	650	850	6
48400	90000	66000	220-	300-	250	300	7
2500	3600	3000	50-	60-	420	540	8
22500	32400	27000	150	180	620	780	9
32400	67600	46800	180	260	650	860	10
14400	22500	18000	120-	150-	350	450	11
315000	571000	423200	0	0	5170	6600	سەرجەم

لەمیانەی دەقی (6.3) دەتوانرێت پێکەوەلکانی هێڵی سادە بەدەست بەم شێوەی خوارەوە:-

$$r_{xy}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2.\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{423200}{\sqrt{(571000)(315000)}}$$

$$=\frac{423200}{424104.9398}=0.9978$$

بهێنرێت، ئەویش ئەمەش مانای ئەویە کەپێکەوەلکانی ڕاستەوانە(موجەب)ی بەهێزی هەیە، کەیەکسانە بە(99.78٪) لەنێوان داهات و خەرجی مانگانەی خێزان لەشاری سلێمانی .

هەروەها دەتوانرێت پێکەوەلکانی هێڵی سادە بەڕێگایەکی دیکە بدۆزرێتەوە، ئەویش لەمیانەی هەژمارکردنی لادانی پێوەرکاری بۆ هەریەك لەداهات و خەرجی، ئینجا جیاکاری هاوبەش هەژمار دەکرێت ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{571000}{11-1}}=\sqrt{57100}=238.9561$$

$$S_y=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{315000}{11-1}}=\sqrt{31500}=177.4824$$

$$\mathrm{cov}(x,y)=S_{xy}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{n-1}=\frac{423200}{11-1}=42320$$

لەمیانەی دەقی (6.1) دەتوانرێت هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە بەشێوەی خوارەوە بەدەست بهێنرێت:-

$$r_{xy}=\frac{\mathrm{cov}(x,y)}{S_x.S_y}=\frac{S_{xy}}{S_x.S_y}$$

$$=\frac{42320}{(238.9561)(177.4824)}=0.9978$$

نموونە(2.6):- ئەم داتایانەی خوارەوە بریتییە لەبڕی خستنەڕووی کاڵایەکی دیاریکراوو نرخی یەکەیەکی ئەوکاڵایە:-

10	9	8	7	5	9	بڕی خواستy
3	4	5	6	7	5	نرخx

داواکاری :- هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان بڕو نرخی خستنەڕوو هەژمار بکە ؟

شیکار:-

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=5 \quad , \quad \bar{y}=8$$

بۆ هەژمارکردنی هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە هەڵدەستین بەدروست کردنی ئەم خشتەی خوارەوە:—

$(y_i-\bar{y})^2$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$	$y_i-\bar{y}$	$x_i-\bar{x}$	y_i	x_i
1	0	0	1	0	9	5
9	4	-6	-3	2	5	7
1	1	-1	-1	1	7	6
0	0	0	0	0	8	5
1	1	-1	1	-1	9	4
4	4	-4	2	-2	10	3
16	10	-12	0	0	سەرجەم	

بۆیە:—

$$\mathbf{r}_{xy}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2.\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{-12}{\sqrt{10}.\sqrt{16}}$$

$$=\frac{-12}{(3.1623)(4)}=\frac{-12}{26.533}=-0.9487$$

ئەمەش مانای ئەوەیە کە پلەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان بڕی خواست لە کالآیەو یەکەی نرخ بریتییە لە (94.87٪)، ئەمەش پێکەوەلکانی پێچەوانەیە(سالیب) بەڵگەیە لەسەر ئەوەی هەرکاتێك نرخی ئەوکالآیە بەرزبێتەوە، ئەوە بڕی خواست نزم دەبێتەوە، ئەویش بەپشت بەستن بەم داتایانەوە.

3.6:- هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی ڕیزبەندی سپیێرمان :-

Spearman's /rank/ Correlation Coefficient

هەندێك جار ئەو داتایانە لەجۆری باسەنی یان زۆر گەورە دەبن و داواکاریش بریتییە لە پێوانەکردنی هێزی پێکەوەلکانی هێڵی، لەم دۆخەدا دەتوانرێت ڕیزبەندی بەکاربهێنرێت، ئەویش لەمیانەی دیارکردنی ڕیزبەندی خەسڵەتەکان(یان ژمارەی گەورە)، کەپێویستە لێکۆڵینەوەی لەسەر بکرێت وەك ئەنجامی قوتابی لەتاقیکردنەوەی کۆتایی

ساڵ، ئاستی بژێوی و ئاستی زانستی و توانستی کرێکارو...هتد. دەتوانرێت ئەو پێکەوەلکانە بەکاربهێنرێت، کاتێك یەکێك یان هەردوو دیاردە بریتی بێت لەداتای برەکان.
دەتوانرێت پێکەوەلکانی ریزبەندی سپێرمان بەکاربهێنرێت، ئەویش لەمیانەی ڕیزبەندی خەسڵەتەکان(ژمارەی گەورە) بەشێوەی بەرز بۆوە یان نزم بۆوەو پێدانی هەریەك لەو خەسڵەتانەش بەهای ژمارەیی لە (n-1)، بەمەش خەسڵەتەکان بۆ بەهای ژمارەیی دەگۆڕدێت، لەدۆخی نەبوونی دووبارەبووەکانی ئەو خەسڵەتانە، ئەم دەقەی خوارەوە بەکاردەهێنین:-

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)} \qquad \cdots \qquad (6.4)$$

کە d_i بریتییە لە جیاوازی هەردوو ڕیزبەندی، واتە : $d_i = rx_i - ry_i$ کە پێویستە سەرجەمی یەکسان بێت بە سفر واتە : $\sum_{i=1}^{n} d_i = 0$

نموونە(3.6):- ئەم داتایانەی خوارەوە بریتییە لە مەزەندەی ئاستی بژێوی بەرامبەر ئاستی زانستی بۆ ژمارەیەك کەس:

داواکاری:- هەژماری پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان هەردوو گۆڕاو بکە؟

ئاستی بژێوی x	باشە	نایاب	خراپ	زۆر باشە	ناوەند	پەسەند
ئاستی خوێندن y	ئامادەیی	ماستەر	دەخوێنێت و دەنووسێت	بەکالۆریۆس	سەرەتایی	نەخوێندەوار

شیکار:- یەکەمجار هەڵدەستین بە ڕیزبەندی کردنی هەموو گۆڕاوەکان بەشێوەی بەرز بۆوەو پێدانی بەهای ژمارەیی بۆ هەریەکە یان بەم شێوەی خوارەوە:-

ڕیزبەندی ئاستی خوێندن بەرزبۆوە X	خراپ	پەسەند	ناوەند	باشە	زۆر باشە	نایاب
ڕیزبەندی rx_i	1	2	3	4	5	6

ڕیزبەندی ئاستی خوێندن y بەرزبۆوە	نەخوێندەوار	دەخوێنێت و دەنووسێت	سەرەتایی	ئامادەیی	بەکالۆریۆس	ماستەر
ڕیزبەندی ry_i	1	2	3	4	5	6

له سەر ئەم بنچینەیەدا دەتوانین ئەم خشتەی خوارەوە دروست بکەین:

ئاستی بژیوی x	ئاستی خوێندن y	ڕیزبەندی rx_i	ڕیزبەندی ry_i	d_i	d_i^2
باشە	ئامادەیی	4	4	0	0
نایاب	ماستەر	6	6	0	0
خراپ	دەخوێنێت و دەنووسێت	1	2	-1	1
زۆرباشە	بەکالۆریۆس	5	5	0	0
ناوەند	سەرەتایی	3	3	0	0
پەسەند	نەخوێندەوار	2	1	1	1
سەرجەم				0	2

دەتوانرێت پێکەوەلکانی هێڵی سادە بە دەست بهێنرێت ئەویش بە بەکارهێنانی ڕێگای سپێرمان ئەویش بە پێی ئەم دەقەی خوارەوە:

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot (2)}{6 \cdot (6^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{12}{6 \cdot 35} = 1 - \frac{12}{210} = 1 - 0.0571 \doteq 0.9429$$

ئەمەش مانای ئەوەیە کە پەیوەندیەکی ڕاستەوانە(موجەب)ی بەهێز لە نێوان ئاستی بژیوی و ئاستی خوێندن بە ڕێژەی(94.29٪) هەیە.

ئەوە بۆ هەر خەسڵەتێك بەهایەکی ژمارەیی بۆ دادەنرێت، هەتا ئەگەر لەبژاردەکە دووبارەش ببێتەوە، دوای ئەوە تێکڕای بەهای تەرخانکراو هەژماردەکرێت، ئینجا دووبارە ئەو خەسڵەتە دووبارانە تەرخان دەکرێتەوە، ئینجا بۆ دەستکاری دەکرێت لەمیانەی زیادکردنی بڕی (k) بۆ ($\sum_{i=1}^{n} d_i^2$)، ئەویش لە دۆخی پێشوو تا پێکەوەلکانی هێڵی سادە بەدەست دەهێنرێت. واتە:—

$$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} d_i^2 + k\right)}{n(n^2-1)} \quad \cdots \quad (6.5)$$

کەk   بریتییە لەسەرجەمی بەهای دووبارەبۆوە، کەلەمیانەی ئەم دەقە بەدەستمان دەکەوێت :-

$$k=\sum_{i=1}^{u}\frac{m_i\left(m_i^2-1\right)}{12} \qquad \cdots \quad (6.6)$$

u بریتییە لە ژمارەی بوونی خەسڵەتە دووبارەکانی هەر دوو گۆڕاو، m_i بریتییە لە ژمارەی دووبارەی خەسڵەتی i.

نموونە(4.6):- ئەم داتایانەی خوارەوە بریتییە لە مەزندەی کۆمەڵێك لەقوتابیانی بەشی کارگێڕی لەهەردوو وانەی کارگێڕی و ئامار. داواکاری هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی سپێرمان هەژمار بکە؟

کارگێڕی x	نایاب	باشە	نایاب	لاواز	زۆرباشە	ناوەند	پەسەند
ئامار y	باشە	پەسەند	زۆرباشە	پەسەند	باشە	باشە	ناوەند

شیکار:- یەکەمجار ڕیزبەندی خەسڵەتەکانی هەریەك لەگۆڕاوەکان بەپێ ی بەرزبۆوە دەکەین و بەهای ژمارەیی بەهەریەکەیان دەدەین، ئەویش بەم شێوەیە :-

ڕیزبەندی ئەنجامی وانەی کارگێڕی	لاواز	پەسەند	ناوەند	باشە	زۆرباشە	نایاب	نایاب
ڕیزبەندی rx_i	1	2	3	4	5	6	7
تێکڕا						6.5	

ڕیزبەندی ئەنجامی وانەی ئامار	پەسەند	پەسەند	ناوەند	باشە	باشە	باشە	زۆرباشە
ڕیزبەندی ry_i	1	2	3	4	5	6	7
تێکڕا	1.5				5		

لەمیانەی ئەم داتایانەی سەرەوە تێبینی بوونی سێ دۆخی دووبارە دەکەین u =3 ، دۆخی یەکەمی دووبارەبوو نایابەو دووبارەبۆتەوە $m_1=2$ ، دۆخی دووەمی دووبارەبوو پەسەندەو دووبارەبۆتەوە $m_2=2$ و دۆخی سێیەمی دووبارەبوو بریتییە لەباشەو سێ جار دووبارە بۆتەوە 3=3 بۆیە بەهای(k) دەتوانرێت بەم شێوەیە هەژمار بکرێت:-

$$k=\sum_{i=1}^{3}\frac{m_i(m_i^2-1)}{12}=\frac{m_1(m_1^2-1)}{12}+\frac{m_2(m_2^2-1)}{12}+\frac{m_3(m_3^2-1)}{12}$$
$$=\frac{2(2^2-1)}{12}+\frac{2(2^2-1)}{12}+\frac{3(3^2-1)}{12}=0.5+0.5+2=3$$

دەتوانرێت ئەم خشتەیە دروست بکەیت:-

کارگێری x	ئامار y	ڕیزبەندی rx_i	ڕیزبەندی ry_i	d_i	d_i^2
نایاب	باشە	6.5	5	1.5	2.25
باشە	پەسەند	4	1.5	2.5	6.25
نایاب	زۆرباشە	6.5	7	-0.5	0.25
لاواز	پەسەند	1	1.5	-0.5	0.25
زۆرباشە	باشە	5	5	0	0
ناوەند	باشە	3	5	-2	4
پەسەند	ناوەند	2	3	-1	1
سەرجەم				0	14

بەبەکارهێنانی دەقی(6.5) ئەمەی خوارەوە بەدەست دەهێنین :-

$$r_{xy}=1-\frac{6\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}d_i^2+k\right)}{n(n^2-1)}=1-\frac{6.(14+3)}{7(7^2-1)}=1-\frac{102}{336}=1-0.3036=0.6964$$

ئەمەش مانای بوونی پەیوەندیکی ڕاستەوانەی(موجەب) ی بەهێز لەنێوان ئەنجامی هەردوو وانەی کارگێڕی و ئامار دەگەیەنێت.

4.6 -: هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی بەشەکی -: Partial Correlation Coefficient

بریتییە لەلێکۆڵینەوەی پەیوەندی نێوان دوو گۆڕاو(X_1 و X_2 بۆنموونە) بە دورخستنەوەی کارێگاریی گۆڕاوی سێیەم($r_{23.1}$) لەسەر هەردوو گۆڕاو وهێمای($r_{12.3}$) وەردەگرێت، کەدەتوانرێت لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە بەدەست بهێنرێت :-

$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{\left(1 - r_{13}^{2}\right)\left(1 - r_{23}^{2}\right)}} \qquad \cdots \qquad (6.7)$$

کە(r_{12} و r_{13} و r_{23}) بریتییە لەپێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان دوو گۆڕاو، کەدەتوانرێت لەمیانەی دەقی(6.3) بەدەست بهێنرێت. بەهەمان ڕێگا دەتوانرێت ئەمەش بەدەست بهێنرێت ($r_{13.2}$) واتە پێکەوەلکانی بەشی لەنێوان(X_1 و X_3) بە دوورخستنەوەی گۆڕاوی دووەم (X_2) بەم شێوەیە سەبارەت بە ($r_{23.1}$)، بەڵام ئەگەر بێتو لێکۆڵینەوەکە لەپەیوەندی دوو گۆڕاوی(X_1 و X_2) پێك هاتبێت بەدوورخستنەوەی هەردوو گۆڕاو (X_3 و $X4$) هێمای ($r12.34$) وەردەگرێت، کەدەتوانرێت لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە بەدەست بهێنرێت:-

$$r_{12.34} = \frac{r_{12.3} - r_{14.3}r_{24.3}}{\sqrt{\left(1 - r_{14.3}^{2}\right)\left(1 - r_{24.3}^{2}\right)}} \qquad \cdots \qquad (6.8)$$

کەبریتییە لە($r_{12.3}$ و $r_{23.4}$ و $r_{14.3}$) پێکەوەلکانی بەشی، کەدەتوانرێت لەمیانەی دەقی(6.7) بەدەست بهێنرێت، بەهەمان شێوە... بۆ دوورخستنەوەی(k) لەگۆڕاوەکان واتە($r_{12.3}$ .... k).

نموونە(5.6):- گریمان(X_1) بریتییە لەخەرجی مانگانەی خێزان و(X_2)بریتییە لەداهاتی مانگانەو(X_3) بریتییە لەژمارەی ئەندامانی خێزان، لەسەر بنچینەی بژاردەی ڕەمەکی(8) خێزان بەدەست هاتووە، ئەمەش داتاکانە:-

x_3 ژمارەی ئەندامانی خێزان	x_2 داهاتی مانگانە	x_1 خەرجی مانگانە
3	400	300
5	900	700
2	500	250
6	950	850
5	800	650
4	600	540
2	300	200
3	500	450

داواكاری بریتییەلە:-

1. دۆزینەوەی پێكەوەلكانی بەشەكی لەنێوان(X_1 و X_2) بەدوورخستنەوەی كارێگاریی گۆراوی (X_3).

2. دۆزینەوەی پێكەوەلكانی بەشەكی نێوان(X_2 و X_3) بەدوورخستنەوەی كارێگاریی(X_1).

3. دۆزینەوەی پێكەوەلكانی نێوان(X_1 و X_3) بەدوورخستنەوەی كارێگاریی(X_2).

شیكار:- بۆ دۆزینەوەی پێكەوەلكانی نێوان هەردوو گۆراو بەدوورخستنەوەی كارێگاریی گۆراوی سێیەم، یەكەمجار دەبێ پێكەوەلكانی هێڵی سادە لەنێوان دوو گۆراو هەژمار دەكەین، واتە(r_{12} و r_{13} و r_{23})، بەم شێوەی خوارەوە:-

$$r_{12}=\frac{S_{x_1x_2}}{S_{x_1}S_{x_2}}=\frac{53360.7622}{(233.3452)(238.9523)}=0.957$$

$$r_{13}=\frac{S_{x_1x_3}}{S_{x_1}S_{x_3}}=\frac{340.6205}{(233.3452)(1.488)}=0.981$$

$$r_{23}=\frac{S_{x_2x_3}}{S_{x_2}S_{x_3}}=\frac{333.8718}{(238.9523)(1.488)}=0.939$$

1- بۆدۆزینەوەی پێكەوەلكانی نێوان (X_1 و X_2) بەدوورخستنەوەی كارێگاریی گۆراوی (X_3) ئەمەی خوارەوەمان هەیە:-

$$r_{12.3}=\frac{r_{12}-r'_{13}r_{23}}{\sqrt{(1-r_{13}^2)(1-r_{23}^2)}}=\frac{0.957-(0.981)\cdot(0.939)}{\sqrt{(1-0.981^2)(1-0.939^2)}}$$

$$=\frac{0.0358}{\sqrt{(0.0376)(0.1183)}}=\frac{0.0358}{0.0667}=0.5368$$

ئەمەش مانای وایە کەپێکەوەلکانێکی ڕاستەوانەی بەهێز هەیەو یەکسانەبە(53.68٪) لەنێوان خەرجی مانگانەو داهاتی مانگانەی خێزان بەدوورخستنەوەی کارێگاریی گۆڕاوی ژمارەی ئەندامانی خێزان.

2- دۆزینەوەی پێکەوەلکانی بەشەکی نێوان(X_2 و X_3) بەدوورخستنەوەی کارێگاریی(X_1) ئەمەی خوارەوەمان هەیە.

$$r_{23.1} = \frac{r_{23} - r_{12}r_{13}}{\sqrt{(1-r_{12}^2)(1-r_{13}^2)}} = \frac{0.939 - (0.957)\cdot(0.981)}{\sqrt{(1-0.957^2)(1-0.981^2)}}$$

$$\therefore \quad r_{23.1} = \frac{0.000183}{\sqrt{(0.0842)(0.0376)}} = \frac{0.000183}{0.0563} = 0.0033$$

ئەمەش مانای بوونی پێکەوەلکانی ڕاستەوانەی لاواز دەگەیەنێت یەکسانە بە(0.33٪) لەنێوان داهاتی مانگانەی خێزان و ژمارەی ئەندامانی خێزان، بەدوورخستنەوەی کارێگاریی گۆڕاوی خەرجی مانگانەی خێزان.

3- دۆزینەوەی پێکەوەلکانی نێوان(X_1 و X_3) بەدوورخستنەوەی کارێگاریی(X_2) بەم شێوەی خوارەوە :-

$$r_{13.2} = \frac{r_{13} - r_{12}r_{23}}{\sqrt{(1-r_{12}^2)(1-r_{23}^2)}} = \frac{0.981 - (0.957)\cdot(0.939)}{\sqrt{(1-0.957^2)(1-0.939^2)}}$$

$$\therefore \quad r_{13.2} = \frac{0.0824}{\sqrt{(0.0842)(0.1183)}} = \frac{0.0824}{0.0998} = 0.8257$$

ئەمەش مانای بوونی پێکەوەلکانی ڕاستەوانەی بەهێز دەگەیەنێت و یەکسانەبە(82.57٪) لەنێوان خەرجی مانگانەو ژمارەی ئەندامانی خێزان بەدوورخستنەوەی کارێگاریی گۆڕاوی داهاتی مانگانەی خێزان.

نموونە(6.6):- .

پێکەوەلکانی نێوان(X_1 و X_2) بەدوورخستنەوەی کارێگاریی(X_3 و X_4) بدۆزەرەوە، ئەگەر بێتو ئەم زانیارییانەی خوارەوەت هەبێت:-

$r_{12.3} = 0.903$	$r_{14.3} = 0.302$	$r_{24.3} = 0.216$

شیکار:-

$$r_{12.34} = \frac{r_{12.3} - r_{14.3} r_{24.3}}{\sqrt{\left(1 - r_{14.3}^2\right)\left(1 - r_{24.3}^2\right)}}$$

$$= \frac{0.903 - (0.302)(0.216)}{\sqrt{\left(1 - 0.302^2\right)\left(1 - 0.216^2\right)}}$$

$$= \frac{0.8378}{\sqrt{(0.9088)(0.9533)}} = \frac{0.8378}{0.9308} = 0.90$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەپێکەوەلکانی ڕاستەوانەی بەهێز هەیەو یەکسانەبە(90٪) لەنێوان (X_1 و X_2) بەدوورخستنەوەی هەردووگۆڕاوی (X_3 و X_4).

5.6:- هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی فرەیی :- Multiple Correlation Coefficient

زۆر جار تێبینی ئەوە دەکەین، ئەو گۆڕانەی کە لەدیاردەیەك ڕوودەدات، ڕەنگە بەهۆی گۆڕانی کۆمەڵێك دیاردەی دیکە بەیەکەوەبێت، نەك بەهۆی تاکە دیاردەیەکەوە، وەك کاتێك لێکۆڵینەوە لەهاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە دەکەین. لەسەر ئەم بنچینەیەدا، ئەوا گۆڕان لەخەرجییەکان ڕەنگە بەهۆی گۆڕانی داهات و سەرباری گۆڕان لەژمارەی ئەندامانی خێزانەوە بێت، هەروەها گۆڕان لەبەرهەمداری دۆنمێك لەگەنم یان جۆ ڕەنگە کارێگاربێت بەگۆڕان لەجۆری تۆی باشی و گۆڕان لەبڕی بارانی ساڵانەو گۆڕان لەڕێژەی خوێ لەزەویدا...هتد بێت. بۆیە دەتوانین پێناسەی پێکەوەلکانی فرەیی بەوە بکەین، کە بریتییە لە پێوانەکردنی هێزی پەیوەندی نێوان گۆڕاوێك لەلایەك و ژمارەیەك گۆڕاوی تر لەلایەکی دیکە(زیاترلەگۆڕاوێك) لەلایەکی دیکە، بۆنموونە هێمای ($r_{1.23}$)

بۆدادەنرێت، ئەمەش مانای پێکەوەلکانی فرەیی بژاردەیەکە لەنێوان گۆڕاوی(X_1) لەگەڵ هەریەك لە گۆڕاوی دووەم و سێیەم بەیەکەوە بێت، یان($r_{1.234}$) مانای پێکەوەلکانی بژاردەیەکە لەنێوان گۆڕاوی(X_1) لەگەڵ سێ گۆڕاوی دیکەی بەیەکەوە دەگەیەنێت بەهەمان شێوە تا($r_{1.23......k}$)، کەمانای پێکەوەلکانی فرەیی لەنێوان(X_1) لەگەڵ(k) لەگۆڕاوەکانی دیکە بەیەکەوە دەگەیەنێت. دەتوانرێت پێکەوەلکانی فرەیی لەنێوان(X_1) لەلایەك و(X_2) سەرباری (X_3) لەلایەکی دیکە هەژماربکرێت ، ئەویش بەپشت بەستن بەم دەقەی خوارەوە:ـ

$$r_{1.23}=\sqrt{\frac{r_{12}^2+r_{13}^2-2\,r_{12}\cdot r_{13}\cdot r_{23}}{1-r_{23}^2}} \quad ; \quad r_{23}\neq\mp 1 \quad \cdots \quad (6.9)$$

هەروەهادەتوانرێت هەژماری پێکەوەلکانی بەشەکی بەم شێوەی خوارەوە بکرێت:ـ

$$r_{1.23}=\sqrt{1-\left(1-r_{12}^2\right)\left(1-r_{13.2}^2\right)} \quad \cdots \quad (6.10)$$

دەتوانرێت هەژماری($r_{1.234}$) لەپێکەوەلکانی بەشەکی لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە بکرێت:ـ

$$r_{1.234}=\sqrt{1-\left(1-r_{12}^2\right)\left(1-r_{13.2}^2\right)\left(1-r_{14.23}^2\right)} \quad \cdots \quad (6.11)$$

بەهەمان شێوەتادەگاتە($r_{1.23.....k}$)، دەتوانرێت لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە بەدەست بهێنرێت :ـ

$$r_{1.234}=\sqrt{1-\left(1-r_{12}^2\right)\left(1-r_{13.2}^2\right)\left(1-r_{14.23}^2\right)\cdots\left(1-r_{1k.23\cdots k-1}^2\right)} \quad \cdots \quad (6.12)$$

نموونە(7.6):ـ بەپشت بەستن بەنموونەی(5.6) هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی فرەیی لەنێوان(X_1) لەلایەك و (X_2) و(X_3) لەلایەکی دیکە بدۆزەرەوە، هەروەها هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی فرەیی لەنێوان(X_1) لەلایەك و (X_2) و (X_3) لەلایەکی دیکەبدۆزەرەوە، هەروەها هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی فرەیی لەنێوان(X_2) لەلایەك و (X_1) و (X_3) لەلایەکی دیکە بدۆزەرەوە.

شیکار :- لەمیانەی نموونەی(5.6) ئەمانەی خوارەوەمان هەیە:-

$r_{23.1}=0.0033$	$r_{13.2}=0.8257$	$r_{23}=0.939$	$r_{13}=0.981$	$r_{12}=0.957$

پێکـەوەلکانی فرەیـی لـەنێوان خـەرجی مانگانـە لەلایـەك و داهـاتی مانگانـەو ژمـارەی ئەنـدامانی خێـزان لەلایـەکی دیکـە دەتوانرێـت لەمیانـەی ئەمانـەی خـوارەوە بەدەسـت بهێنرێت:-

$$r_{1.23}=\sqrt{\frac{r_{12}^2+r_{13}^2-2r_{12}\cdot r_{13}\cdot r_{23}}{1-r_{23}^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{0.957^2+0.981^2-2(0.957)(0.981)(0.939)}{1-0.939^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{0.1151}{0.1183}}=0.9865$$

ئەمەش مانای ئەوەیـە، کەپێکـەوەلکانی راسـتەوانەی بـەهێز کەیەکسـانە بـە(98.65٪) لەنێوان خەرجی مانگانەی خێزان لەلایەك و داهاتی مانگانەی خێزان و ژمارەی ئەنـدامانی خێزان لەلایەکی دیکە هەیە.

دەتوانرێـت لەمیانــەی پێکــەوەلکانی بەشــەکی هــەژماربکرێت، ئــەویش بــەم شــێوەی خوارەوە:-

$$r_{1.23}=\sqrt{1-\left(1-r_{12}^2\right)\left(1-r_{13.2}^2\right)}$$

$$=\sqrt{1-\left(1-0.957^2\right)\left(1-0.8257^2\right)}$$

$$=\sqrt{1-(0.0842)(0.3182)}=0.9865$$

دەتوانرێت لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە هەژماربکرێت :-

$$r_{2.13}=\sqrt{1-\left(1-r_{12}^2\right)\left(1-r_{23.1}^2\right)}$$
$$=\sqrt{1-\left(1-0.957^2\right)\left(1-0.0033^2\right)}$$
$$=\sqrt{1-(0.0842)(0.99999)}=0.957$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەپێکەوەلکانێکی ڕاستەوانەی بەهێز هەیە، کەیەکسانە بە(95.7٪) لەنێوان داهاتی مانگانەی خێزان لەلایەك و لەلایەکی دیکە خەرجی مانگانەی خێزان و ژمارەی ئەندامانی خێزان لەلایەکی دیکەوە.

نموونە(8.6):– ئەمانەی خوارەوە داتایە لەبارەی بەرهەمداری دۆنمێك لە گەنم(X_1)و بڕی تۆی بەکارهێنراو (X_2) وبڕی باران و(X_3) ڕێژەی خوێ لەزەوی(X_4):–

x_4	x_3	x_2	x_1
4	82	67	23
3	98	89	34
2	108	99	42
5	88	83	35
1	110	100	60
2	102	90	45

داواکاری بریتییەلە :–

1– پێکەوەلکانی هێڵی سادە هەژمار بکە لەنێوان بڕی بەرهەمداری یەك دۆنم و بڕی تۆی بەکارهێنراو.

2– پێکەوەلکانی بەشەکی لەنێوان بڕی بەرهەمداری یەك دۆنم و بڕی تۆی بەکارهێنراو بەدوور خستنەوەی کاریگەری بڕی بارانی ساڵانە هەژمار بکە.

3– پێکەوەلکانی بەشەکی لەنێوان بڕی بەرهەمداری یەك دۆنم و بڕی تۆی بەکارهێنراو بەدوورخستنەوەی کاریگەری بڕی بارانی ساڵانەو ڕێژەی خوێ لەزەویدا هەژمار بکە.

4– پێکەوەلکانی فرەیی لەنێوان بڕی بەرهەمداری یەك دۆنم لەلایەك و بڕی تۆی بەکارهێنراو و بڕی بارانی ساڵانەو ڕێژەی خوێ لەزەوی لەلایەکی دیکە هەژمار بکە.

شیكار :-

1- هەژماركردنی(r_{12}) بەم شێوەیە :-

x_4	x_3	x_2	x_1
4	82	67	23
3	98	89	34
2	108	99	42
5	88	83	35
1	110	100	60
2	102	90	45

ئەمەش مانای ئەوەیە كە پێكەوەلكانێكی راستەوانەی بەهێز لەنێوان بڕی بەرهەمداری یەك دۆنم و بڕی تۆی بەكارهێنراو دا هەیە، كەیەكسانە بە(85.6٪)

2- هەژماركردنی($r_{1.23}$) ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

یەكەمجار پێویستی مان بە هەژماركردنی (r_{13} و r_{23}) هەیە:-

$$r_{13} = \frac{S_{x_1x_3}}{S_{x_1}S_{x_3}} = \frac{120.3832}{(12.4807)(11.0996)} = 0.869$$

$$r_{23} = \frac{S_{x_2x_3}}{S_{x_2}S_{x_3}} = \frac{129.5497}{(12.1326)(11.0996)} = 0.962$$

بۆیە:-

$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{(1-r_{13}^2)(1-r_{23}^2)}} = \frac{0.856 - (0.869)\cdot(0.962)}{\sqrt{(1-0.869^2)(1-0.962^2)}}$$

$$= \frac{0.02}{\sqrt{(0.2448)(0.0746)}} = \frac{0.02}{0.1351} = 0.148$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، كەپێكەوەلكانی ڕاستەوانەی لاواز یەكسانە بە (14.8 ٪) لەنێوان بەرهەمداری یەك دۆنم لەزەوی لەگەڵ بڕی تۆی بەكارهێنراو بەدوورخستنەوەی كاریگەری بڕی بارانی ساڵانە هەیە.

3- هەژماركردنی($r_{12.34}$) بەم شێوەی خوارەوەیە، سەرەتا پێویستمان بەهەژماركردنی($r_{14.3}$) و($r_{24.3}$) هەیە:-

$$r_{14.3} = \frac{r_{14} - r_{13}r_{43}}{\sqrt{\left(1-r_{13}^2\right)\left(1-r_{43}^2\right)}} = -0.096$$

$$r_{24.3} = \frac{r_{24} - r_{23}r_{43}}{\sqrt{\left(1-r_{23}^2\right)\left(1-r_{43}^2\right)}} = 0.958$$

بۆیە:-

$$r_{12.34} = \frac{r_{12.3} - r_{14.3}r_{24.3}}{\sqrt{\left(1-r_{14.3}^2\right)\left(1-r_{24.3}^2\right)}}$$

$$= \frac{0.148 - (-0.096)(0.958)}{\sqrt{\left(1-(-0.096)^2\right)\left(1-0.958^2\right)}}$$

$$= \frac{0.24}{\sqrt{(0.9908)(0.0822)}} = \frac{0.24}{0.2854} = 0.841$$

ئەمەش مانای ئەوەیە کەپێکەوەلکانێکی ڕاستەوانەی بەهێز کە یەکسانە بە (84.1 ٪) لەنێوان بڕی بەرهەمداری یەک دۆنم و بڕی تۆی بەکارهێنراو هەیە بەدوورخستنەوەی کاریگەری هەردوو گۆڕاوی بڕی بارانی ساڵانەو ڕێژەی خوێ لەزەویدا.

4- هەژمارکردنی ($r_{1.234}$) بەم شێوەی خوارەوە:-

یەکەمجار پێویستمان بەهەژمارکردنی($r_{13.2}$) و($r_{14.23}$) دەبێت:-

$$r_{1.234} = \sqrt{1-\left(1-r_{12}^2\right)\left(1-r_{13.2}^2\right)\left(1-r_{14.23}^2\right)}$$

$$= \sqrt{1-\left(1-0.856^2\right)\left(1-0.323^2\right)\left(1-(-0.826)^2\right)}$$

$$= \sqrt{1-(0.2673)(0.8957)(0.3177)} = \sqrt{0.9239} = 0.961$$

ئەمەش مانای بوونی پێکەوەلکانی ڕاستەوانەی بەهێز لەنێوان بڕی بەرهەمداری یەک دۆنم لەگەنم لەلایەک و بڕی تۆی بەکارهێنراو و بڕی بارانی ساڵانەو ڕێژەی خوێ لەزەوی بەیەکەوە لەلایەکی دیکەوە هەیە، کەیەکسانە بە(96.1٪).

6.6:- پێکەوەلکانی خەسڵەتەکان :- Correlation between Attributes

بریتییە لەو پێکەوەلکانەی کە پاڵپشتە بەبوونی دابەشکردنی دووبارەیی جووتە بۆ دوو گۆڕاو لەجۆری باسەنی(یەکێکیان یان هەردووکیان لەجۆری باسەنینە) بۆیە ناتوانرێت هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی سپێرمان بەکاربهێنرێت(چونکە شایستەی ڕیزبەندی بەشێوەی بەرزبۆوە یان نزم بۆوە نییە) هەر بۆیە پێویستمان بەپێوەرێکی دیکە دەبێت، بۆئەم دۆخە وەك هاوکۆلکەی هاوکۆك یان هاوکۆلکەی نزیك بوون(هەروەها پێوەری دیکەش کەلێرەدا بوار نییە باسیان بکەین)، ئەمەش بەم شێوەی خوارەوەیە:-

أ- هاوکۆلکەی هاوکۆك :- Coefficient of Contingency

دەتوانرێت هاوکۆلکەی هاوکۆك بۆ داتا ڕیزکراوە باسەنییەکان، کەشایستەی ڕیزبەندی نییە بدۆزرێتەوە، ئەویش لەمیانەی دروست کردنی ئەم خشتە هاوکۆکیەیی خوارەوە:-

ئاستەکان y					ئاستەکان	
سەرجەم	y_m	...	y_2	y_1		
$T_{1.}$	f_{1m}	...	f_{12}	f_{11}	x_1	ئاستەکان x
$T_{2.}$	f_{2m}	...	f_{22}	f_{21}	x_2	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
$T_{k.}$	f_{km}	...	f_{k2}	f_{k1}	x_k	
$T_{km} = n$	$T_{.m}$	...	$T_{.2}$	$T_{.1}$	سەرجەم	

بەمەش دەتوانین هاوکۆلکەی هاوکۆك (C) بەپشت بەستن بەپۆلی ئاسۆیی یان پۆلی ستوونی لەخشتەی هاوکۆك بەدەست بهێنین ئەویش لەڕێگای ئەم دەقەی خوارەوە :-

$$C = \sqrt{\frac{r-1}{r}} \quad \cdots \quad (6.13)$$

کە(r) دەتوانرێت بەدەستی بهێنین لەمیانەی کۆکردنەوەی بەهای ئاسۆیی، واتە:-

$$r = \sum_{j=1}^{k} r_j$$

هەروەها بەهای(r_j) بەدەست دەهێنرێت، لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە:-

$$r_j = \frac{1}{T_{j.}} \sum_{i=1}^{m} \frac{f_{ji}^2}{T_{.i}} \qquad \cdots \quad (6.14)$$

نموونە(9.6):ئەم خشتەیەی خوارەوە ژمارەی ڕووداوەکانی هاتووچۆ دیاری دەکات، کەلەیەکێك لەشارەکان ڕوویداوە، ئەویش لەمیانەی ماوەیەکی زەمینیدا، کەدابەشبووە بەپێ ی ڕووداو و دۆخی کەش و هەوا، داواکاری هەژماری هاوکۆلکەی هاوکۆك بکە؟

جۆری کەش و هەوا / جۆری ڕووداو	دهس	بەریەککەوتن	وەرگەڕان	سەرجەم
ڕۆژی ئاسایی	15	8	5	28
بارانای	5	25	15	45
تەماوی	10	23	20	53
سەرجەم	30	56	40	126

شیکار :- یەکەمجار هەژماری بەهای(r_j) دەکەین لەدەقی(6.14) ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

$$r_j = \frac{1}{T_{j.}} \sum_{i=1}^{m} \frac{f_{ji}^2}{T_{.i}}$$

$$r_1 = \frac{1}{T_{1.}} \sum_{i=1}^{3} \frac{f_{1i}^2}{T_{.i}} = \frac{1}{28}\left(\frac{15^2}{30} + \frac{8^2}{56} + \frac{5^2}{40}\right) = \frac{9.2679}{28} = 0.331$$

$$r_2 = \frac{1}{T_{2.}} \sum_{i=1}^{3} \frac{f_{2i}^2}{T_{.i}} = \frac{1}{45}\left(\frac{5^2}{30} + \frac{25^2}{56} + \frac{15^2}{40}\right) = \frac{17.619}{45} = 0.3915$$

$$r_3 = \frac{1}{T_{3.}} \sum_{i=1}^{3} \frac{f_{3i}^2}{T_{.i}} = \frac{1}{53}\left(\frac{10^2}{30} + \frac{23^2}{56} + \frac{20^2}{40}\right) = \frac{22.7798}{53} = 0.4298$$

بۆیە:-

$$r = \sum_{j=1}^{k} r_j = r_1 + r_2 + r_3 = 0.331 + 0.3915 + 0.4298 = 1.1523$$

ئەوا هاوکۆلکەی هاوکۆك بەدەست دەهێنرێت لەمیانەی(6.13)، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$C = \sqrt{\frac{r-1}{r}} = \sqrt{\frac{1.1523-1}{1.1523}} = 0.3636$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەرێژەی هاوکۆك. بریتییەلە(36.36٪) لەنێوان دۆخی کەش و هەواو جۆری ڕووداوەکە.

تێبینی :- بەهای هاوکۆلکەی هاوکۆك دەکەوێتە نێوان سفر و ژمارە(1) یەك، ناتوانرێت هەژمار بکرێت کاتێك بەهای(C) دەکەوێتە نێوان سفر و (1) یەك.

ب- هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون :- Coefficient of Association دوو

دۆخمان لەکردەی هەژمارکردنی هەیە، ئەوانیش بریتییەلە:-

یەکەم :- لەدۆخی بوونی دووئاست بۆهەریەك لەگۆڕاویکدا :-

هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون پێوانەی پەیوەندی نێوان دوو گۆڕاوو دوو ڕیزی ئاسۆیی کەناتوانرێت ریزبەند بکرێت دەکات(یان ڕەنگە یەکێکیان یان هەردووکیان شایستەی ریزبەندی بن) داتاکانیان لەخشتەی بەقەبارەی(2*2) بەتاڵ دەکرێت.بۆنموونە ڕەگەزی (کوڕوکچ)، توانستی بەجێهێنانی کار(باش،خراپ) خشتەی هاوکۆك بەم شێوەی خوارەوە دەبێت:-

ئاستەکان		ئاستەکان y		
		y_1	y_2	سەرجەم
ئاستەکان x	x_1	f_{11}	f_{12}	$f_{1.}$
	x_2	f_{21}	f_{22}	$f_{2.}$
	سەرجەم	$f_{.1}$	$f_{.2}$	n

بەپشت بەستن بەخشتەی هاوکۆك هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە دەردەهێنرێت:-

$$C.A_2 = \frac{f_{11} \cdot f_{22} - f_{12} \cdot f_{21}}{f_{11} \cdot f_{22} + f_{12} \cdot f_{21}} \quad \cdots \quad (6.15)$$

نموونە(10.6): ئەم خشتەی خوارەوە ژمارەی کورو کچە بەژداربووەکانی توانستی وانەبێژی ڕوون دەکاتەوە. داواکاری هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون لەنێوان ڕەگەزو توانستی وانەبێژی هەژمار بکە :-

ڕەگەز	توانستی وانەبێژ	باشە	خراپە	سەرجەم
نێر		40	25	65
مێ		30	15	45
سەرجەم		70	40	110

شیکار :- دەتوانرێت هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون لەمیانەی دەقی(6.15) هەژمار بکرێت، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$C.A_2 = \frac{f_{11} \cdot f_{22} - f_{12} \cdot f_{21}}{f_{11} \cdot f_{22} + f_{12} \cdot f_{21}}$$

$$= \frac{(40)(15) - (25)(30)}{(40)(15) + (25)(30)} = \frac{-150}{1350} = -0.1111$$

ئەمەش مانای ئەوەیە کەپێکەوەلکانی پێچەوانەیی لاواز لەنێوان ڕەگەزو توانستی وانەبێژی هەیە.

تێبینی :- بەهای هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون دەکەوێتە نێوان(1 و −1).

دووەم :- لەدۆخی بوونی دووئاست یان زیاتر بۆهەریەکێك لەگۆڕاوەکان :-

دەتوانرێت هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون هەژمار بکرێت بەپشت بەستن بەخشەی هاوکۆك(kxm) کەلەسەرەوە ڕوون کراوەتەوە، ئەویش لەمیانەی جێ بەجێ ئەم دەقەی خوارەوە:-

$$C.A_G = \frac{\sum_{i=1}^{m} f'_{ij} + \sum_{j=1}^{k} f''_{ij} - T'_{.i} - T'_{j.}}{2n - \left(T'_{.i} + T'_{j.}\right)} \quad \cdots \quad (6.16)$$

کە :-

- f'_{ij} :- بریتییە لە گەورەترین دووبارەیی ئەو ستوونە .
- f''_{ij} :- بریتییە لە گەورەترین دووبارەیی لەئاسۆیی.
- $T'_{.i}$:- بریتییە لە گەورەترین سەرجەم لەنێو سەرجەمەکانی ریزی ستوون.
- $T'_{j.}$:- بریتییە لە گەورەترین سەرجەم کەلەنێو سەرجەمەکانی ریزی ئاسۆیی

نموونە(11.6) :- ئەم داتایانەی خشتەی هاوکۆك لەنموونەی(9.6)، هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون بدۆزەرەوە.

شیکار :- دەست بەدروست کردنی ئەم خشتەیە دەکەین:-

دۆخی کەش و هەوا	جۆری ڕووداو	دەس	بەریەککەوتن	وەرگەڕان	سەرجەم	گەورەترین دووبارە لە ستوون	گەورەترین سەرجەم لە ئاسۆیی
ڕۆژی ئاسایی		15	8	5	28	15	---
باراناوی		5	25	15	45	25	---
تەماوی		10	23	20	53	23	53
سەرجەم		30	56	40	126	63	---
گەورەترین دووبارە لە ستوون		15	25	20	60		
گەورەترین دووبارە لە ئاسۆیی		---	56	---	---		

لەمیانەی خشتەی هاوکۆك و جێ بەجێ کردنی دەقی(6.16) هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون بەم شێوەی خوارەوە بەدەست دەهێنین:-

$$C.A_G = \frac{\sum_{i=1}^{m} f'_{ij} + \sum_{j=1}^{k} f''_{ij} - T'_{.i} - T'_{j.}}{2n - \left(T'_{.i} + T'_{j.}\right)}$$

$$= \frac{60+63-56-53}{2(126)-(56+53)} = \frac{14}{143} = 0.0979$$

هەروەها جۆری دیکە لەهاوکۆلکەی هاوکۆك و لێکنزیکبوونی سێ ئاراستەو چوار ئاراستەو...هتد وەردەگرێت. کەبوار نییە لەم کتێبەدا ئاماژەی پێ بکرێت.

ڕاهێنانی بەشی شەشەم

1.6:- مەبەست لەهاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە چییە؟

2.6:- هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان داهات و خەرجییەکان لەمیانەی ماوەیەکی دیاریکراو لەفەرمانگەی کارەبای هەولێر بدۆزەرەوە ئەویش لەمیانەی ئەم خشتەی خوارەوە:-

داهات	23	34	46	33	50	55	66
خەرجییەکان	12	25	30	22	35	40	45

3.6:- هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان توانستی پەرستیار لەمیانەی تاقی کردنەوە بۆحەوت پەرستیار لەبەرامبەر ژمارەی ساڵەکانی شارەزایی بدۆزەرەوە ئەویش بەم شێوەی خوارەوەیە:-

توانستی X	نایاب	باشە	زۆرباشە	لاواز	زۆرباشە	ناوەند	پەسەند
ساڵەکانی شارەزایی Y	20	15	18	7	12	12	12

4.6:- هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان ئەنجامی تاقی کردنەوەی توانستی زمانی ئینگلیزی و ئاستی خوێندن بۆشەش پێشکەشکاری کارکردن بدۆزەرەوە کەبەم شێوەی خوارەوەیە:-

توانستی X	ناوەند	زۆرباشە	لاواز	باشە	نایاب	پەسەند
ئاستی خوێندن Y	سەرەتایی	ناوەندی	ئامادەیی	ماستەر	دکتۆرا	بەکالۆریۆس

5.6:- ئەم خشتەی خوارەوە داتاکانی پێنج بەڕێوبەر دیار دەکات کەبریتییەلە نازناوی کارکردن(A)و لێهاتووی زانستی(B)، شارەزایی زانستی(C):-

نازناوی کارکردن A	1	2	3	4	5
لێهاتووی زانستی B	3	4	2	1	5
شارەزایی زانستی C	2	4	9	13	12

داواکاری بریتییەلە:

1) هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی بەشەکی لەنێوان نازناوی کارکردن و لێهاتووی زانستی بەدوورخستنەوەی کارێگاریی شارەزایی زانستی بدۆزەرەوە.

2) هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی بەشەکی لەنێوان لێهاتووی زانستی وشارەزایی زانستی بەدوورخستنەوەی نازناوی کارکردن بدۆزەرەوە.

3) هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی بەشەکی لەنێوان نازناوی کارکردن و شارەزایی زانستی بەدوورخستنەوەی کارێگاریی لێهاتوویی زانستی بدۆزەرەوە.

6.6 :- ئەگەر ئەم داتایانەی خوارەوەت هەبێت:-

X	2	3	4	5	6
Y	6	4	2	0	2-
Z	20	34	42	65	78
V	0	3-	2	5-	1

ئەمانەخوارەوە بدۆزەرەوە:—

1	2	3
$r_{xy.zv}$	$r_{xz.yv}$	$r_{vz.xy}$

7.6 :– ئەمـەی خـوارەوە ئـەنجامی ئـەزموونی دوو جـۆر تـۆی چـاندنەو کارپێگـەری لەزیدبوونی بڕی بەرهەمی تەماتە هەیە، بـەگریمانی چەسـپاوی بارودۆخی ئەزموونگـەری دیکەلە(200) پارچە زەوی کشتوکاڵی دیکە:—

بڕی بەرهەم / جۆری تۆی چاندن	باوەڕپێکراو	ئاسایی
لە سەرووی ناوەند	70	40
لە خوارووی ناوەند	55	35

داواکاری :– هەژماری هاکۆلکەی هاوکۆك و لێکنزیکبوون لـەنێوان بـڕی بەرهـەم و جـۆری تۆی چاندن بکە.

8.6:– ئەمەی خوارەوە دابەشکردنی دووبارەیی دوو لایەنەیە بۆ ژمارەی بوومە لـەرزەکان، کەلەسەرانسەری جیهـان لەماوەیـەکی دیاریکراو ڕوویانداوەو دابـەش بـووە بـەپێ ی هێـزی بوومـە لەرزەکـە بـەپێوەری ڕێختـەر (کەلـەنۆ پلـە پێـك هـاتووە) و ئـەو زیانانـەی کەلەبوومەلەرزەکان بۆتەوە:—

زیانەکان / پلە	کەمتر لە 5	-5	-6	-7	8-9
کەم	12	4	2	--	--
مام ناوەند	--	1	4	7	--
گەورە	--	--	1	10	13

داواکاری:– هاوکۆلکەی هاوکۆك و لێکنزیکبوون لەنێوان هێزی بوومەلەرزەو ئەو زیانانـەی لەبوومەلەرزەکە کەوتۆتەوە بدۆزەرەوە؟

بەشی حەوتەم

شیکردنەوەی لارییوون

Regression Analysis

1.7 :- پێشەکی :-

لەمەوپێش هاوکۆلکەی پێکەوەلکانمان باس کرد، کەپێوانەی بڕو ئاڕاستەی پێکەوەلکانی دوو گۆڕاو دەکات، بەلاّم ڕەنگە توێژەر پێویستی بەزانینی زیاتر لەپەیوەندی پێکەوەلکانەی ئەو دوو گۆڕاوە هەبێت، بۆنموونە ڕەنگە پێویستی بەپێشبینی کردن (Prediction) بۆ ڕەفتاری یەکێك لەگۆڕاوەکان هەبێت، ئەویش لە ڕوانگەی کاریگەربوون بەگۆڕاوێکی دیکە یان ژمارەیەك گۆڕاوی دیکە هەبێت، هەروەها ئەگەر بێتو ژمارەیەك گۆڕاومان هەبێت، ڕەنگە لای توێژەر ئارەزووی ئەوەی هەبێت تابزانێت مەودای کاریگەری هەر گۆڕاوێك لەگۆڕاوەکان لەسەر گۆڕاوەکانی دیکە چەند بێت، ئەو گۆڕاوەش کەتوێژەر ئارەزووی ئەوە دەکات لێکۆڵینەوە لەڕەفتارو زانینی مەودای کاریگەریی بەگۆڕاوەکانی دیکە بکات ئەمەش پێ ی دەگوترێت گۆڕاوی ناسەربەخۆ، هەروەها گۆڕاوی دیکە، کەکاریگەری لەسەر ڕەفتاری گۆڕاوی ناسەربەخۆ (Dependent Variable) هەیە، کەپێ ی دەگوترێت گۆڕاوی سەربەخۆ (Independent Variable)، بۆیە شیکردنەوەی لارێبوون پشت بەبوونی گۆڕاویکی ناسەربەخۆ و گۆڕاوێك یان ژمارەیەك گۆڕاوی سەربەخۆ هەیە.

2.7 :- ئامانجەکانی شیکردنەوەی لارێبوون :-

1- لێکۆڵینەوە لەپەیوەندی نێوان دوو گۆڕاو لەسەر شێوەی پەیوەندی دالی دەکات، بەجۆرێك دەتوانرێت گۆڕانی یەکێکیان لەسەر بنچینەی کاریگەری ئەوی تر بزانرێت، واتە لێکۆڵینەوە بۆ ئامانجی پێشبینی کردنی ڕەفتاری گۆڕاوی ناسەربەخۆیە لەڕوانگەی کاریگەریی بەگۆڕاوێك یان گۆڕاوە سەربەخۆکانەوە دەکات، واتە دەتوانرێت پێشبینی گۆڕانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ لەسەر بنچینەی زانینی گۆڕان لەگۆڕاوە سەربەخۆکان بکرێت ئەو پەیوەندییە دالیەش بەشێوەی خوارەوە دەنوسرێت :-

$$y = f(x)$$

2- ئەوە دەداتە دەستەوە، کەمەودای پشکداری هەر گۆڕاوێکی سەربەخۆ لەمەودای جیاکاری دایە، یان گۆڕانکاری دروست بوو لەگۆڕاوی ناسەربەخۆدا .

3– پێوانەکردنی مەودای پێکەوەلکانی هەموەکی لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو گۆڕاوە سەربەخۆکانەوەیە.

4– ئەنجامدانی زنجیرەیەك لەئەزموونی گریمانی بۆ هەر یەك لەو پەیوەندییانەی کە لەخاڵەکانی پێشوو ئاماژەی پێکراوە.

تێبینی :- پێویستە جیاوازی لەنێوان شیکردنەوەی پێکەوەلکان و شیکردنەوەی لاریبوون بکرێت، بۆ ئەوەی تێکەڵی لەنێوانیان دروست نەبێت. سەرەڕای بوونی بەیەکچوون لەنێوان پەیوەندی ماتماتیکی لەنێوانِ پێکەوەلکان و لاریبوون، بەڵام جیاوازییان لەم خاڵانەی خوارەوە لێ دەبینرێت :–

1– مەرجی ئەوە لەشیکردنەوەی لاریبوون هەیە، کەپەیوەندی دالی لەنێوان گۆڕاوەکان هەیە، کەچی ئەو مەرجە لەشیکردنەوەی پێکەوەلکان نییە.

2– مەرجی ئەوە لەدۆخی پێکەوەلکان هەیە کەداتای هەموو گۆڕاوەکان دابەش کراوە بەشێوەی سروشتی، کەچی شیکردنەوەی لاریبوون ئەوەیە، کەبەهای گۆڕاوی ناسەربەخۆ دەبێ بەشێوەی سروشتی دابەش بکرێت.

3– شیکردنەوەی پێکەوەلکان بریتییە لەپێوەریکی باسەنی، کەچی شیکردنەوەی لاریبوون بریتییە لەپێوەرێکی ژمارەیی . لێرەدا نموونەی زۆرمان هەیە کەدەتوانرێت لەسەر بابەتی شیکردنەوەی لاریبوون جێ بە جێ بکرێت، وەك پەیوەندی نێوان بەرهەمی کشتوکاڵی و بڕی بارانی باریوو، واتە هەرکاتێك بڕی باران زیاد بکات، ئەوا پێشبینی زیاد بوونی بەرهەمی کشتوکاڵی دەکرێت. هەروەها لێکۆڵینەوە لەمەودای کارپێگەری گۆڕان لەداهاتی مانگانەی خێزان لەسەر گۆڕان لەخەرجی مانکانەی خێزان دەکرێت، هەروەها لێکۆڵینەوە لەجگەرەکێشان و کاریگەریی لەسەر نەخۆشی سییەکان...هتد دەکرێت. سەبارەت بەجۆرەکانی لاریبوون ئەوا بریتییە لەلاریبوونی سادە(تاکە گۆڕاویکی سەربەخۆیە)و لاریبوونی فرەیی(زیاترە لەگۆڕاوێکی سەربەخۆ) ئەمەش دابەش دەبێت بۆ هێڵی(گۆڕاوێکی سەربەخۆیە کەئیسی یەکسانە بەیەك)، بەڵام ناهێڵی(گۆڕاوێکی سەربەخۆیە کەئیسی یەکەی لەژمارە یەك گەورەترە یان لۆگاریتم دەبێت ...هتد).

3.7 :- لاریبوونی هێڵی سادە :- Simple Linear Regression

لاریبوونی هێڵی سادە بریتییە لەکردەی مەزەندەی پەیوەندی هێڵی لەنێوان دوو گۆڕاو یەکێکیان سەربەخۆو ئەوی تریان ناسەربەخۆیە. هەر وەکو لەم مۆدێلەی لاریبوون بەدیار دەکەوێت :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \qquad \cdots \quad (7.1)$$

(y_i) بریتییە لەبینەرەکانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ(وەك خەرجی مانگانەی خێزان)، لەبەرامبەر ئەوە دا(X_i) بریتییە لەبینەرەکانی گۆڕاوی سەربەخۆ(وەك داهاتی مانگانەی خێزان)، هەروەها (E_i) بریتییە لەهەڵەی ڕەمەکی(پێویستە لەمۆدێڵدا هەبێت، چونکە پەیوەندی تەواو لەنێوان هەر دوو گۆڕاودا نییە) ئەمەش بریتییە لەو گۆڕانانەی ڕوو دەدات لەگۆڕانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ لەئەنجامی کارێگاریی گۆڕاوەکانی دیکە(بێجگە لەگۆڕاوی سەربەخۆ)، کەلێکۆڵینەوەی لەبارەیەوە ناکرێت، هەروەها(B_0) و (B_1) بریتییە لەنیشانەی مۆدێلی لاریبوونی هێڵی سادە بۆ کۆمەڵگاو یەکێك لەڕێگاکانی مەزەندەکردن بۆ مەزەندەی نیشانەکانی هێلی لاریبوونی سادە بۆ بژاردە بەکار دەهێنرێت، وەك ڕێگای چوار لای بچووکی ئاسایی (OLS)، واتە مەزەندەی نیشانەکانی مۆدێل بەم شێوەیە دەبێت:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \qquad \cdots \quad (7.2)$$

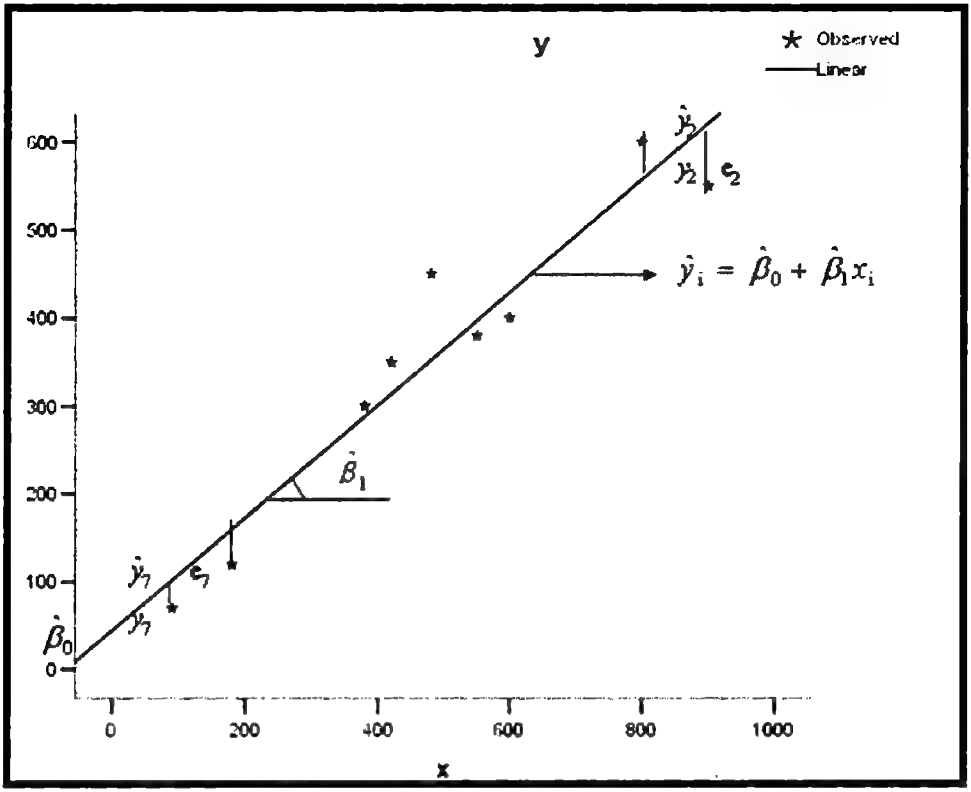
($\hat{y}_i$) بریتییە لەبەهای مەزندەکراوی گۆڕاوی ناڕاستەوخۆ لەمیانەی مۆدێڵی مەزندەکراوی سەرەوە (B_0 و B_1) کە بریتییە لە نیشانەی مۆدێلی مەزەندەکراوی بژاردە، کە دەتوانرێت لەمیانەی ئەم دوو دەقەی خوارەوە مەزەندە بکرێت:—

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\,\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\,\bar{x}^2} \qquad \cdots \quad (7.3)$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \qquad \cdots \quad (7.4)$$

ئەو دوو بەهایە باشترین هێڵی ڕاست لەنێو شێوەی بەربڵاوبوون دیاری دەکەن، کەگوزارشت لەپەیوەندی نێوان (X)و (Y) دەکات، خاڵی(B_0) بریتییە لەخاڵی یەکتربڕی هێڵی لاریبوون لەگەڵ تەوەرەی ستوونی کەبریتییە لەگۆڕاوی (Y) یان بریتییە لەماوەی نێوان خاڵی بنەرەتی (0 و 0) ، خاڵی یەکتربڕی هێڵی لاریبوون لە تەوەرەی ستوونی، لەبەرامبەردا ($\hat{\beta}_1$) بریتییە لەلادانی لاریبوون یان هاوکۆلکەی لاریبوون واتە پێوەرێکە بڕی گۆڕان لە(Y) دیار دەکات ئەگەر بێتو گۆڕان بە یەك یەکە لە(X) ڕوویدات، بەهاکەشی نیشانەی موجەب یان سالیب دەبێت ئەویش بەپێ ی بەهای جیاکاری هاوبەش (بەهای سەرەوە)، ئەگەر بێتو موجەب بوو، مانای بوونی پەیوەندی ڕاستەوانە لەنێوان ئەو دوو گۆڕاوە دەداتە دەستەوە، بەڵام ئەگەر بێتو بەهاکەی سالیب بوو، مانای بوونی پەیوەندی پێچەوانەیی لەنێوان دوو گۆڕاو دەگەیەنێت، کەچی ئەگەر بێتو بەهاکەی یەکسان بێت بەسفر مانای وایە پەیوەندی لەنێوان ئەو دوو گۆڕاوەدا نییە، ئەم شێوەی خوارەوە پەیوەندی هێڵی و شێوەی بڵاوبوونەوە لەنێوان داهاتی مانگانەی خێزان و خەرجی مانگانەی خێزان بۆ بژاردەیەکی ڕەمەکی بۆ(9) خێزان دەخاتە ڕوو، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

	x	y
1	600	400
2	900	550
3	550	380
4	180	120
5	420	350
6	380	300
7	90	70
8	800	600
9	480	450



شێوەی(7.1):شێوەی بڵاوبوونەوە و هێڵی لارییوونی پەیوەندی نێوان داهات و خەرجی مانگانە

کەبەهای (y_1) بریتییە لەبینەری ڕاستەقینەی بژاردە، لەبەرامبەردا($\hat{y}_i$) بریتییە لەبەهای مەزندەکراو بە بەکارهێنانی مۆدێلی لارییوونی هێڵی سادە و جیاوازی نێوان هەردووکیان پێ ی دەوترێت باقی، ئەمەش بریتییە لە جیاوازی نێوان بەهای ڕاستەقینە (y_i) و بەهای مەزەندەکراو($\hat{y}_i$) واتە :-

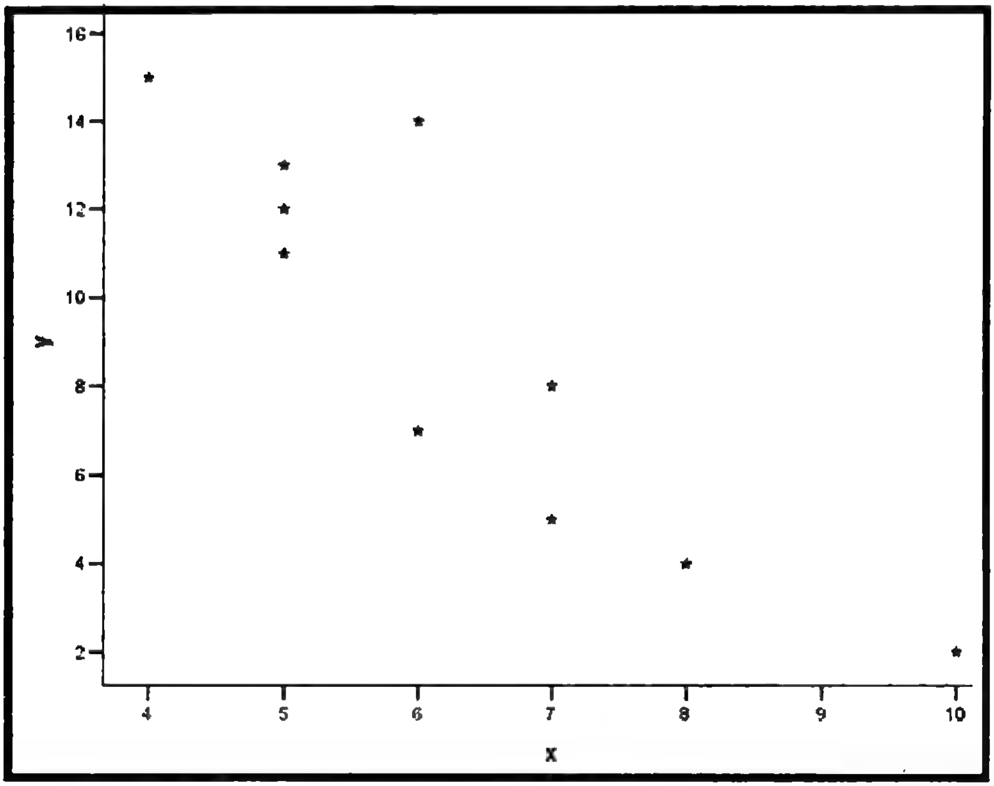
$$e_i = y_i - \hat{y}_i \qquad \cdots \quad (7.3)$$

ڕێگای چوار لای بچووک، کەلەمەزەندەکردنی نیشانەکانی لارییوونی هێڵی سادە بەکارهێنراوە وادەکات سەرجەمی چوار لای باقیەکانی زۆر بچووک دەبێت. $\sum_{i=1}^{n} e_i^2$ واتە زۆر زۆر بچووک بێت.

نموونە(1.7) :- ئەم داتایانەی خوارەوە بریتییە لە بڕی خواست (y_i) لەکالآیەکی دیاریکراو لەگەڵ نرخی یەك یەکە(x_i). داواکاری شێوەی بلاوبوونەوە بکێشە و مەزەندەی مۆدێلی لاریبوونی هێڵی سادە(y/x) بکە؟

8	11	14	13	15	12	5	7	4	2	y_i
7	5	6	5	4	5	7	6	8	10	x_i

شیکار :- بۆ کێشانی شێوەی بلاوبوونەوەی داتاکان پێویستە جوتەی بەهاکانی (y_i و x_i) دیاری بکەین لەم شێوەیە(2.10)،(4.8) ...هتد(8.7) تەوەرەی ئاسۆیی بریتییە لە(x_i)، لەبەرامبەردا تەوەرەی ستوونی بریتییە لە (y_i)، بەمەش ئەم شێوەی خوارەوەمان دێتە دەست :-



شێوەی(7.2):شێوەی بلاوبوونەوە و هێڵی لاریبوونی پەیوەندی نێوان داهات و خەرجی مانگانە

لەمیانەی ئەم شێوەی سەرەوە، سەرنجی ئەوە دەدرێت، کەپەیوەندی پێچەوانەیی هێڵی لەنێوان بڕی خواست و نرخەکەی هەیە، بۆ مەزەندەکردنی مۆدێلی هێڵی یەکەمجار دەبێ هەژماری نێوەنجی هەردوو گۆڕاو بکەین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{10} = \frac{91}{10} = 9.1$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{63}{10} = 6.3$$

بۆهەژمارکردنی نیشانەکانی مۆدێلەکە، پێویستە ئەم خشتەیە دروست بکەین:-

$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	x_i	y_i	زنجیرە
13.69	26.27-	3.7	7.1-	10	2	1
2.89	8.67-	1.7	5.1-	8	4	2
0.09	0.63	0.3-	2.1-	6	7	3
0.49	2.87-	0.7	4.1-	7	5	4
1.69	3.77-	1.3-	2.9	5	12	5
5.29	13.57-	2.3-	5.9	4	15	6
1.69	5.07-	1.3-	3.9	5	13	7
0.09	1.47-	0.3-	4.9	6	14	8
1.69	2.47-	1.3-	1.9	5	11	9
0.49	0.77-	0.7	1.1-	7	8	10
28.10	64.3 -	0	0			سەرجەم

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = \frac{-64.3}{28.10} = -2.2883$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} = 9.1 - (-2.2883)(6.3) = 23.5163$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، ئەو مۆدێلە مەزەندەکراوە بەم شێوەی خوارەوە:-

$$\hat{y}_i = 23.5163 - 2.2883 x_i$$

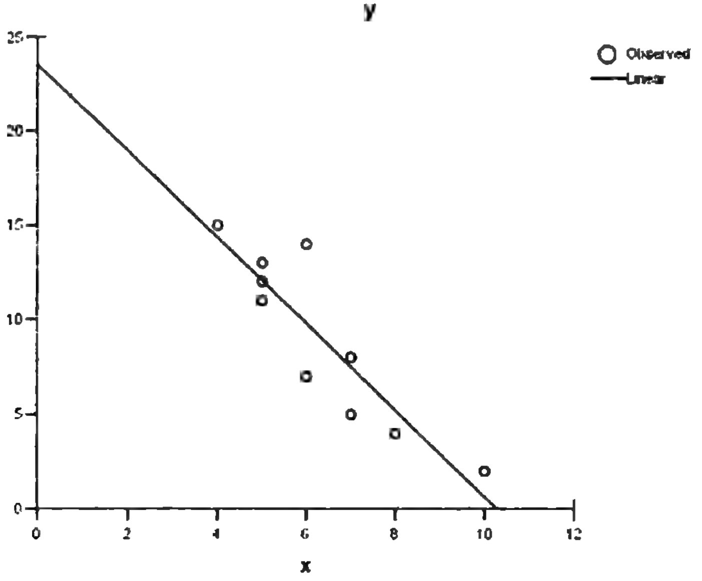
لەمیانەی ئەم مۆدێلی سەرەوە بەتایبەتی بەهای($\hat{\beta}_1$=2.2883) سەرنجی ئەوە دەدرێت بەهاکەی سالیبە، ئەمەش مانای ئەوەیە کە پەیوەندی پێچەوانەیی لەنێوان بڕی خواست لەکالآ لەگەڵ نرخەکەی هەیە، واتە زیادبوونی نرخی ئەو کالآیە بەبڕی یەك دانە، ئەوا دەبێتە هۆی دابەزینی بڕی خواست بەبڕی (2.2883)، یەکێك لەبەکارهێنانەکانی مۆدێلی مەزەندەکراو بریتییە لەپێشبینی کردن بەبەهای (Y) کاتێك(X) خاوەن بەهایەکی دیاریکراوە، ئەگەر گریمان بەهای نرخی کالآکە (X_0=3) ، ئەوا لەمیانەی ئەم مۆدێلە مەزەندەکراوە مەزەندەی بڕی خواست لەو کالآیە بکەین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$\hat{y}_i = 23.5163 - 2.2883x_i$$

$$\Rightarrow \quad \hat{y}_0 = 23.5163 - 2.2883x_0$$

$$= 23.5163 - 2.2883(3) = 16.6514$$

ئەمەش مانای ئەوەیە ئەگەر بێتو نرخی کالآکە (3) بێت، ئەوا بڕی خواست لەسەر ئەو کالآیە(16.6514) دەبێت، هەروەها دەتوانرێت شێوەی بلآوبوونەوە بکێشرێت، لەگەڵ هێڵی لاربوونی مۆدێلە مەزەندەکراوەکە، کە پەیوەندی نێوان بڕی خواست و نرخی یەك یەکە بەم شێوەی خوارەوە ڕوون دەکاتەوە:-



شێوەی(7.3):بڵاوبوونەوە و هێڵی لارییوون لە نێوان بڕی خواست و نرخەکەی

تێبینی :- پەیوەندی نێوان هاوکۆلکەی لارییوون($\hat{\beta}_1$) و هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی سادە هەیە، ئەویش بەم شێوەی خوارەوەیە:-

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_y}{S_x} \cdot r_{xy} \qquad \cdots \quad (7.4)$$

ئەمەش مانای ئەوەیە کە :-

$$r_{xy} = \frac{S_x}{S_y} \cdot \hat{\beta}_1 \qquad \cdots \quad (7.5)$$

نموونە(2.7): لەبژاردەیەك کە لە(12) کرێکار پێك هاتووە پێوانەی کاربەجێهێنانیان کراوە (y_i)، و (x_i) بریتییە لەژمارەی ساڵەکانی شارەزایی لەکارەکانیاندا، ئەویش بەم شێوەی خوارەوەیە:-

تێکڕای کاربەجێهێنان y_i	85	74	76	90	85	87	94	98	81	91	76	74
ساڵەکانی شارەزایی x_i	1	7	5	2	6	3	2	5	4	3	1	4

داواکاری بریتییە لە :-

1- شێوەی بڵاوبوونەوە لەنێوان تێکڕای کار بەجێهێنان و ساڵەکانی شارەزایی بکێشە .

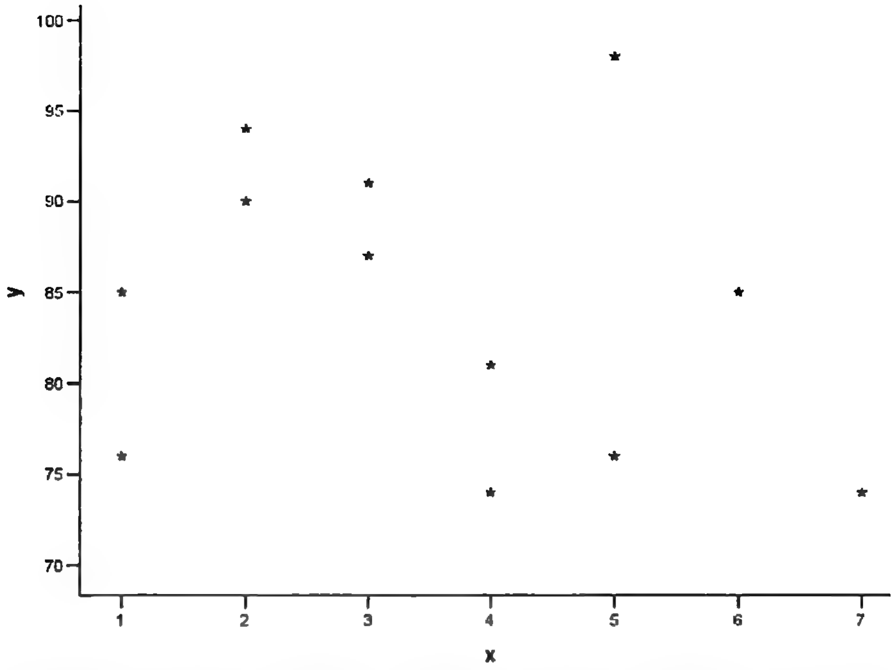
2- مەزەندەی مۆدێلی لارییوونی هێڵی سادە(y/x) بکە.

3- بەشێوەی ژمارەیی بسەلمێنە کە سەرجەمی باقیەکان یەکسانە بەسفر .

4- هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەهاوکۆلکەی لارییوون بدۆزەرەوە.

<u>شیکار</u> :-

1- شێوەی بڵاوبوونەوە لەنێوان تێکڕای کار بەجێهێنان کە بریتییە لەتەوەرەی ستوونی و ساڵەکانی شارەزایشی بریتییە لەتەوەرەی ئاسۆیی ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-



شێوەی(7.3):بڵاوبوونەوە لە نێوان تێکرای کاربەجێهێنان و ساڵەکانی شارەزایی

لەمیانەی ئەم شێوە بڵاوبوونەوەیەدا سەرنجی ئەوە دەدرێت، کەپەیوەندی هێڵی لەنێوان تێکڕای کار بەجێهێنان و ساڵانی شارەزایی بەپشت بەستن بەو بڕاردەیە نییە، ئەویش لەبەرئەوەی دابەش بوونی خاڵەکان بەشێوەی ڕەمەکی یە، نەک هێڵی بێت بەئاڕاستەیەکی دیاریکراوەوە.

2-بۆ مەزەندەکردنی مۆدێلی هێلی لەنێوان تێکڕای کار بەجێهێنان و ساڵەکانی شارەزایی، یەکەمجار نێوەنجی هەژمارکردنیان دەردەهێنین:-

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{12} y_i}{12} = \frac{1011}{12} = 84.25$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = \frac{43}{12} = 3.5833$$

ئینجا ئەم خشتەی خوارەوە دروست دەکەین :-

y_i^2	x_i^2	$x_i y_i$	x_i	y_i	**زنجیرەکان**
7225	1	85	1	85	**1**
5476	49	518	7	74	**2**
5776	25	380	5	76	**3**
8100	4	180	2	90	**4**
7225	36	510	6	85	**5**
7569	9	261	3	87	**6**
8836	4	188	2	94	**7**
9604	25	490	5	98	**8**
6561	16	324	4	81	**9**
8281	9	273	3	91	**10**
5776	1	76	1	76	**11**
5476	16	296	4	74	**12**
85905	195	3581	43	1011	**سەرجەم**

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\,\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\,\bar{x}^2} = \frac{3581-(12)(3.5833)(84.25)}{195-(12)(3.5833)^2} = \frac{-41.7163}{40.9195} = -1.0195$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x} = 84.25-(-1.0195)(3.5833) = 87.9032$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەمۆدێلی لاریبوونی مەزەندەکراو بەم شێوەیە دەبێت :-

$$\hat{y}_i = 87.9032 - 1.0195x_i$$

3)- بەشێوەی ژمارەیی بسەلمێنە، کەسەرجەمی باقییەکان یەکسانە بەسفر.

بۆ هەژمارکردنی باقییەکان پێویستە یەکەمجار بەهای($\hat{y}_i$) ی مەزەندەکراو لەمۆدێلی سەرەوە بدۆزینەوە، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$\hat{y}_i = 87.9032 - 1.0195x_i$$
$$\hat{y}_1 = 87.9032 - 1.0195x_1 = 87.9032 - 1.0195(1) = 86.8837$$
$$\hat{y}_2 = 87.9032 - 1.0195x_2 = 87.9032 - 1.0195(7) = 80.7667$$
$$\vdots$$
$$\hat{y}_{12} = 87.9032 - 1.0195x_{12} = 87.9032 - 1.0195(4) = 83.8252$$

بۆ هەژمارکردنی بەهای باقییەکان دەقی(7.3) بەکاردەهێنین:−

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$
$$e_1 = y_1 - \hat{y}_1 = 85 - 86.8837 = -1.8837$$
$$e_2 = y_2 - \hat{y}_2 = 74 - 80.7667 = -6.7667$$
$$\vdots$$
$$e_{12} = y_{12} - \hat{y}_{12} = 74 - 83.8285 = -9.8285$$

لەسەر ئەم بنچینەیەدا، ئەوا سەرجەمی باقییەکان یەکسان دەبێت بەسفر، واتە:−

$$\sum_{i=1}^{n} e_i = \sum_{i=1}^{12} e_i = e_1 + e_2 + \cdots + e_{12}$$
$$= -1.8837 - 6.7667 + \cdots - 9.8285 = 0$$

4)− بۆ هەژمارکردنی هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەهاوکۆلکەی لاریبووندا، دەقی(7.5) بەکار دەهێنین، کەپێویستی بەهەژمارکردنی لادانی پێوەرکاری بۆ هەردوو گۆڕاو هەیە، ئەویش بەم شێوەیە :−

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{85905 - (12)(84.25)^2}{12-1}} = \sqrt{\frac{728.25}{11}} = 8.1366$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{195-(12)(3.5833)^2}{12-1}} = \sqrt{\frac{40.9195}{11}} = 1.9287$$

بۆیە هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە بەم شێوەی خوارەوە دەبێت:-

$$r_{xy} = \frac{S_x}{S_y} \cdot \hat{\beta}_1 = \frac{1.9287}{8.1366} \cdot (-1.0195) = -0.2417$$

ئەمەش مانای ئەوەیە بەپێی ئەو بژاردەیە ئەوا پێکەوەلکانی هێڵی پێچەوانەیی لاواز هەیە کە یەکسانە بە(24.17-٪) لەنێوان تێکڕای کاربەجێهێنان و ژمارەی ساڵەکانی شارەزایی، بەڵام هەروەکو لەمەوپێش ئاماژەمان پێکرد پەیوەندی هێڵی لەنێوان هەردوو گۆڕاوی ئەو بژاردەیە نییە(واتە مەعنەوەی نییە)، یان ڕەنگە پەیوەندی ناهێڵی هەبێت، یاخود هۆکاری دیکە هەیە کاریگەری لەسەر تێکڕای کاربەجێهێنان هەیە.

1.3.7 :- هاوکۆلکەی Coefficient of Determination دیاریکردن :-

بریتییە لەپێوانەیەک، کەگوزارشت لەو بڕە دەکات، گۆڕاوی سەربەخۆ لەگۆڕانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ دەیکات، و هێمای(R^2) بۆ دادەنرێت، دەتوانرێت لەمیانەی دووجاکردنەوەی هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە بەدەست بهێنرێت ، واتە:-

$$R^2 = (r_{xy})^2 \qquad \cdots \quad (7.6)$$

یان دەتوانرێت لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە هەژمار بکرێت:-

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2} \qquad \cdots \quad (7.7)$$

یاخود دەتوانرێت لەمیانەی ئەم دەقەی خوارەوە هەژمار بکرێت:-

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \quad \cdots \quad (7.8)$$

بۆزانینش :-

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i \qquad and \qquad \bar{y} = \bar{\hat{y}}$$

دیارە بەهای هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە بەهاکەی دەکەوێتە نێوان(1،1-) بۆیە بەهای هاوکۆلکەی دیاریکردن دەکەوێتە نێوان(1،0). (R^2) بریتییە لەو بڕەی کە گۆڕاوی سەربەخۆ لە گۆڕانەکانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ ڕاڤە دەکات(X). بۆیە($1- R^2$) بریتییە لەو پێوانەی کە گوزارشت لەبڕی ڕاڤەی کۆمەڵێك گۆڕاوی دیکە دەکات، کە لێکۆڵینەوەیان لەگۆڕانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ لێ ناکرێت واتە ناگەڕێتەوە بۆ(R^2)، ئەمەش مانای ئەوەیە هەرکاتێك بەهای(R^2) بەرزبوو، مانای ئەوە دەداتە دەستەوە، کە(X) کارێگاریی گەورەی لەسەر(Y) هەیە، پێچەوانەکەشی ڕاستەکەیەتی، هەروەها ئەگەر بێتو بەهای(R^2) یەکسان بێت بەیەك، ئەوا مانای ئەوەیە، کە(X) تاکە گۆڕاوە ڕاڤەی گۆڕاوی ناسەربەخۆ(Y) دەکات بەهەمان شێوە ئەگەر بێتو(R^2) یەکسان بێت بەسفر، مانای ئەوەیە ئەو گۆڕانانەی کە لە(Y) ڕوو دەدات، هۆکارەکەی گۆڕاوی سەربەخۆی دیکەیەو (X) هیچ کارێگاریی لەسەر گۆڕاوی ناسەربەخۆ(Y) نییە.

نموونە(3.7) :- ئەگەر ئەم زانیارییانەی خوارەوەت هەبێت:-

$n = 20$	$\sum_{i=1}^{n} y_i = 80$	$\sum_{i=1}^{n} x_i = 50$	$S_y^2 = 200$	$S_x^2 = 100$	$S_{xy} = 40$

داواکاری بریتییە لە :-

1) مەزەندەی مۆدێلی لاریبوونی هێڵی سادە بکە.

2) هەژماری هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادەبکە.

3) هەژماری هاوکۆلکەی دیاریکردن بکەو ڕاڤەی ماناکەشی بکە .

4) بەهای(Y) چەندە ئەگەر بێتو بەهای(X) یەکسان بێت بە(10).

شیکار:-

1) دەتوانرێـت مەزەنـدەی مـۆدێڵی لاریبـوونی سـادە بکرێـت، ئـەویش بـەم شـێوەی خوارەوە:-

$$\bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{20} y_i}{20}=\frac{80}{20}=4$$

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20}=\frac{50}{20}=2.5$$

$$\hat{\beta}_1=\frac{S_{xy}}{S_x^2}=\frac{40}{100}=0.4$$

$$\hat{\beta}_0=\bar{y}-\hat{\beta}_1\bar{x}=4-(0.4)(2.5)=3$$

بۆیە مۆدێڵی لاریبوونی مەزەندەکراو بەم شێوەی خوارەوە دەبێت :-

لەمیانەی ئەم مۆدێڵەی سەرەوە سەرنجی ئەوە دەدرێت، کەبەهای هاوکۆلکـەی لاریبـوون موجەبە، ئەمەش بەڵگەیە لەسەر ئەوەی، کـە پەیوەندیـەکی راسـتەوانە لـەنێوان گـۆڕاوی سەربەخۆ(X) و گۆڕاوی ناسەربەخۆ(Y) هەیە.

2)- دەتوانرێت هەژماری هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە بـەم شـێوەی خـوارەوە هەژماربکرێت :-

$$r_{xy}=\frac{S_x}{S_y}\cdot\hat{\beta}_1=\sqrt{\frac{S_x^2}{S_y^2}}\cdot\hat{\beta}_1=\sqrt{\frac{100}{200}}\cdot(0.4)=0.2828$$

یان هەژمارکردنی هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە بەڕێگایەکی دیکە دەبێت:-

$$r_{xy}=\frac{S_{xy}}{S_x\cdot S_y}=\frac{40}{\sqrt{100}\cdot\sqrt{200}}$$

$$=\frac{40}{(10)\cdot(14.1421)}=\frac{40}{141.421}=0.2828$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەپەیوەندیەکی راستەوانەی لاواز لەنێوان هەردوو گۆڕاو هەیەو یەکسانە بە(28.28٪)

3- هەژمارکردنی هاوکۆلکەی دیاریکردن بەم شێوەی خوارەوە دەبێت:-

$$R^2 = \left(r_{xy}\right)^2 = \left(0.2828\right)^2 = 0.08$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە گۆڕاوی سەربەخۆ(X)، تەنیا(8٪)گۆڕانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ(Y) راڤە دەکات و رێژەکەی دیکە، کە دەکاتە(92٪) هۆکارەکەی بۆ گۆڕاوەکانی دیکە دەگەڕێتەوە، کەلێکۆڵینەوەی لەبارەوە نەکراوە، ئەمەش دووپاتی لاوازی پەیوەندی نێوان هەردوو گۆڕاو دەکاتەوە.

4)- بەهای(Y) چاوەڕوانکراو، کاتێك بەهای(X) یەکسان بێت بە(10) لەمیانەی ئەم مۆدێلە مەزەندەکراوە بەدەستی دەهێنین :-

$$\hat{y}_i = 3 + 0.4x_i$$

$$\hat{y}_0 = 3 + 0.4x_0$$

$$= 3 + 0.4(10) = 7$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەبەهای(Y) چاوەڕوانکراو یەکسانە بە(7) کاتێك بەهای(X) یەکسان دەبێت بەسفر.

2.3.7 :- هەڵەی پێوەرکاری :-Standard Error

پێوەرێکی زۆر گرنگە پێوانەی توانستی مۆدێلی لاریبوونی مەزەندەکراو دەکات، واتە بڕی ووردەکاری مۆدێلی مەزەندەکراو لەپەیوەندی نێوان دوو گۆڕاو دەکات، ئەویش لەڕوانگەی داتاکانی بەردەستەوە، هەرکاتێك بەهای هەڵەی پێوەرکاری بچووك بوو، بەڵگەیە لەسەر توانستی مۆدێلی مەزەندەکراو، پێچەوانەکەی راستەکەیەتی، سوودیش لەوپێوە ئەوەیە لەکاتی بەراورد لەنێوان دوو مۆدێل یان زیاتر لەبارەی هەمان دوو دیاردە دەبێت، ئەویش لەدوو لێکۆڵینەوەی سەربەخۆ یان زیاتر، دەتوانرێت بەپێ ی ئەم یاسایەیی خوارەوە هەژمار بکرێت :-

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-2}} \qquad \cdots \quad (7.9)$$

نموونە(4.7) :- ئەم داتایانەی خوارەوە بریتییە لەبڕی خستنەڕوو(y_i) لەکالآیەکی دیاریکراو نرخی یەك دانە لەوکالآیە(x_i):

بڕی خستنەڕوو y_i	6	8	4	10	13	5	3
نرخی کالا x_i	3	4	2	6	7	4	2

داواکاری بریتییە لە :-

1) مەزەنــــدەی مــــۆدێلی هێڵــــی لــــەنێوان بــــڕی خستنەڕوو(ناســــەربەخۆ) و نرخەکەی(سەربەخۆ).

2) مەزەنــــــدەی هاوکۆلکــــــەی دیــــــاریکردن و راڤــــــەش بکــــــە؟

3) مەزەنــدەی توانســتی مۆدێلەکــە بکــە، ئــەویش لەمیانــەی هــەژمارکردنی هەڵــەی پێوەرکاری دا.

شیکار:

1)- بۆ مەزەندەکردنی مۆدێلی هەڵەی سادە ئەم خشتەی خوارەوە دروست دەکەین:-

زنجیرە	y_i	x_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2	$\hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	6	3	18	9	36	5.23	0.7727	0.6
2	8	4	32	16	64	7.00	1	1
3	4	2	8	4	16	3.45	0.5455	0.3
4	10	6	60	36	100	10.55	-0.5455	0.3
5	13	7	91	49	169	12.32	0.6818	0.46
6	5	4	20	16	25	7.00	-2	4
7	3	2	6	4	9	3.45	0.4546-	0.21
سەرجەم	49	28	235	134	419	49	0	6.86

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{7} y_i}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{7}x_i}{7}=\frac{28}{7}=4$$

$$\hat{\beta}_1=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i y_i - n\,\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - n\,\bar{x}^2}=\frac{235-(7)(4)(7)}{134-(7)(4)^2}=\frac{39}{22}=1.7727$$

$$\hat{\beta}_0=\bar{y}-\hat{\beta}_1\bar{x}=7-(1.7727)(4)=-0.0908$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەمۆدێلی لاریبوونی هێڵی مەزەندەکراو بریتییە لە:-

$$\hat{y}_i=-0.0908+1.7727x_i$$

2) دەتوانرێت مەزەندەی هاوکۆلکەی دیاریکردن بەم شێوەی خوارەوە بکرێت:-

یەکەمجار هەژماری بەهای($\hat{y}_i$) لەمیانەی مۆدێلی مەزەندەکراو دەکرێت، دووای ئەوە هەژماری باقییەکان لەمیانەی کەمکردنی لەبەهای(y_i) دەکرێت، ئینجا دووجای دەکەینەوەو کۆشی دەکەینەوە، هەرەکو لەخشتەی سەرەوە دەبینرێت لەسەر ئەو بنچینەیەدا دەقی(7.7)ی لەسەر جێ بە جێ دەکەین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە :-

$$R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}e_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\,\bar{y}^2}$$

$$=1-\frac{6.86}{419-(7)(7)^2}=1-\frac{6.86}{76}=1-0.0903=0.9097$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە(90.97٪) لەگۆڕانکارییەکان لەبڕی خستنەڕوو هۆیەکەی بۆ نرخ دەگەڕێتەوەو ڕێژەی (9.03٪) ی گۆڕانکارییەکان بۆ گۆڕاوی دیکە دەگەڕێتەوە، کەلێکۆڵینەوەی لەبارەیەوە نەکراوە.

3- مەزەندەی توانستی مۆدێلەکە بکە، ئەویش لەمیانەی هەڵەی پێوەرکاری بەم شێوەی خوارەوە:-

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{6.86}{7-2}} = \sqrt{1.372} = 1.1713$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەهەڵەی پێوەرکاری، کەتوانستی مۆدێلەکە پێوانە دەکات بریتییە لە(1.1713)

نموونە(5.7): ئەگەر ئەم زانیاریانەی خوارەوەت هەبێت:-

$n=15$	$S_y^2 = 50$	$R^2 = 0.75$

هەڵەی پێوەرکاری بدۆزەرەوە ؟

شیکار :- لەجیاکاری گۆڕاوی ناسەربەخۆ دەتوانرێت سەرجەمی چوارگۆشەی لادانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ لەنێوەنجی هەژمارکردن بدۆزرێتەوە، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1} \Rightarrow 50 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{15-1} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = (50)\cdot(14) = 700$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \Rightarrow 0.75 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{700}$$

$$\Rightarrow 1 - 0.75 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{700} \Rightarrow (0.25)\cdot(700) = \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

$$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = 175$$

ئەوا هەڵەی پێوەرکاری بریتییەلە:-

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{175}{15-2}} = \sqrt{13.4615} = 3.669$$

4.7 :- لاریبوونی هێڵی فرەیی :- Multiple Linear Regression

لاریبوونی هێڵی فرەیی لەکردەی مەزەندەی پەیوەنی هێڵی لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو گۆڕاوە سەربەخۆکان(زیاتر لەگۆڕاوێکی سەربەخۆ) بەکار دەهێنرێت، ڕەنگە بەکۆمەڵ کارێگارییان لەسەر گۆڕاوی ناسەربەخۆ هەبێت، لێرەدا جەخت لەسەر بوونی دوو گۆڕاوی سەربەخۆ دەکەینەوە، بەلاّم لەمە زیاتر ئەوا دەکەوێتە دەرەوەی چوارچێوەی ئەم کتێبە، بۆیە مۆدێڵی فرەیی دوو گۆڕاوی سەربەخۆ بریتییە لەمەی خوارەوە:—

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i \qquad \cdots \quad (7.10)$$

(y_i) بریتییە لەژمارەی بینەرانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ (وەك خەرجی مانگانەی خێزانە، لەهەمان کاتدا(x_{i1}) بریتییە لەبینەرانی گۆڕاوی سەربەخۆی یەکەم(وەك داهاتی مانگانەی خێزان) هەروەها(x_{i2}) بریتییە لە بینەرانی گۆڕاوی سەربەخۆی دووەم (ژمارەی ئەندامانی خێزان)، لەهەمان کاتدا (ε_i) بریتییە لەهەڵەی ڕەمەکی(پێویستە لەمۆدێڵدا بوونی هەبێت، چونکە پەیوەندی تەواوی دیاریکراومان لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو هەردوو گۆڕاوی سەربەخۆ نییە)، کەبریتییە لەگۆڕانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ لەئەنجامی کارێگاریی ژمارەیەك گۆڕاوی دیکە(بێجگە لەو دوو گۆڕاوە) کەلێکۆڵینەوەیان لەبارەیەوە نەکراوە. (B_0) و (B_1) و (B_2) بریتییە لەنیشانەکانی مۆدێڵی لاریبوونی هێڵی فرەیی کۆمەڵگا، یەکێك لەڕێگاکانیشی بۆمەزەندەی نیشانەکانی هێڵی لاریبوونی فرەیی بژاردەکە بەکاردەهێنرێت وەك ڕێگای چوارگۆشە بچووکە ئاساییەکان(OLS)، واتە مەزەندەی نیشانەکانی مۆدێڵەکە بەم شێوەی خوارەوە:—

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} \qquad \cdots \quad (7.11)$$

($\hat{y}_i$)، بریتییەلەبەهای مەزەندەکراوی گۆڕاوی ناسەربەخۆ لەمیانەی مۆدێڵی مەزەندەکراوی سەرەوە(B_0) و (B_1) و (B_2)، بریتییەلە نیشانەکانی مۆدێڵی مەزەندەکراوی بژاردە، کەدەتوانرێت لەمیانەی ئەم دەقانەی خوارەوە هەژماربکرێت:—

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)^2} \quad \cdots \quad (7.12)$$

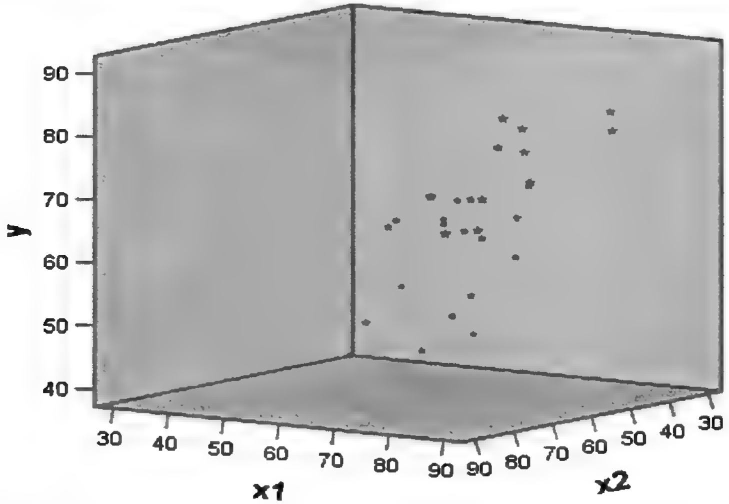
$$\hat{\beta}_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)^2} \quad \cdots \quad (7.13)$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{x}_2 \quad \cdots \quad (7.14)$$

کەبەهای (y_i و X_{i1} و و X_{i2}) بریتییە لە لادانی بەهاکانی لەنێوەنجی هەژمارکردن، واتە:-

$$Y_i = y_i - \bar{y}, \quad X_{i1} = x_{i1} - \bar{x}_1, \quad X_{i2} = x_{i2} - \bar{x}_2$$

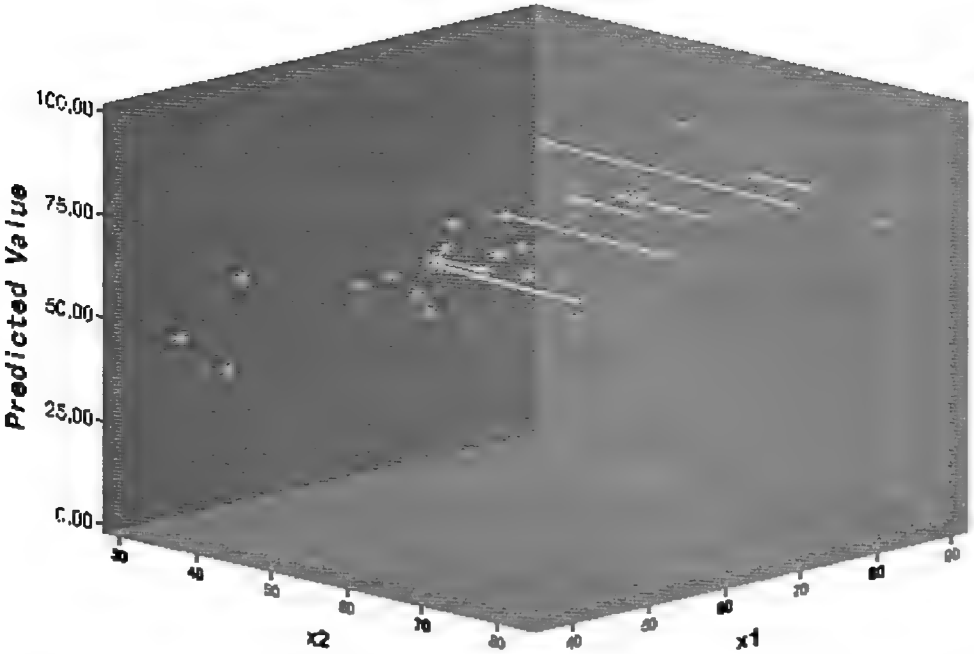
ئـەم شـێوە بڵاوبوونەوەیـە سـێ لاییـە، کـەتێبینی دەکرێـت لەمیانـەی ئـەم داتایانـەی خوارەوە، کەبریتییەلە(30) بینەر بۆ گۆڕاوی سەربەخۆو هەردوو گۆڕاوی سەربەخۆ :-



شـێوەی(7.5):بڵاوبوونـەوە لـە نێـوان گـۆڕاوی ناسـەربەخۆ لـە بەرامبـەر دوو گـۆڕاوی سەربەخۆ

مۆدێلی لاریبوونی فرەیی خاوەن دوو گۆڕاوی سەربەخۆ بریتییـە لـە باشـترین ئاسـتی لاریبوون لەکەشی سێ لایی، (X_2 و X_1 و y) ، کەگوزارشـت لەپـەیوەنـدی نێـوان گـۆڕاوی ناسەربەخۆ لەلایەك و هەردوو گۆڕاوی سـەربەخۆ لەلایـەکی دیکـە دەکـات، بۆیـە شـێوەی

بلاْوبوونەوەی(شێوەی 7.5) دەتوانرێت مەزەندی مۆدێلی فرەیی گونجاو بکرێت، دوای ئەوە شێوەی ئەم مۆدێلە دەکێشین ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:—



شێوەی(7.6):ئاستی لاریبوونی نێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆ لە بەرامبەر دوو گۆڕاوی سەربەخۆ

($\hat{\beta}_1$) بریتییە لەخاڵی یەکتربڕینی ئاستی لاریبوون لەتەوەرەی(Y)، هەروەها($\hat{\beta}_1$) بریتییە لەهاوکۆلکەی لاریبوونی (Y) لەسەر(X_1) بەسەلماندنی کارێگاریی(X_2)، ($\hat{\beta}_2$) بریتییە لەهاوکۆلکەی لاریبوون لەسەر (X_2) بەسەلماندنی کارێگاریی(X_1)، ئەمەش مانای ئەوەیە، کە($\hat{\beta}_1$) بریتییە لەبڕی گۆڕانی (Y) بەیەك یەکە، کاتێك(X_1) چەسپاو دەبێت،(X_2) بریتییە لەبڕی گۆڕانی($\hat{\beta}_2$) لەکاتی گۆڕانی (X_2) بەیەك یەکە، لەگەڵ چەسپاوی(X_1). ئەگەر بێتو بەهاکەی هاوکۆلکەی لاریبوون موجەب بوو، بەڵگەیە لەسەر بوونی پەیوەندی راستەوانە لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆ لەگەڵ هەردوو گۆڕاوە سەربەخۆکان، بەلاّم ئەگەر بێتو سالیب بوون بەڵگەیە لەسەر بوونی پەیوەندی

پێچەوانەیی لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو گۆڕاوەکانی سەربەخۆ، لەهەمان کاتدا ئەگەر بێتو یەکەم موجەب بێت و دووەمیش سالیب بێت، بەڵگەیە لەسەر بوونی پەیوەندی راستەوانە لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو گۆڕاوی سەربەخۆی یەکەم، بەلاّم پەیوەندی لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو گۆڕاوی سەربەخۆی دووەم پەیوندیەکی پێچەوانەییە، لەکۆتاییدا ئەگەر بێتو بەهای هاوکۆلکەی لاریبوون یەکسان بوو بەسفر، واتە پەیوەندی لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو گۆڕاوە سەربەخۆکان هەیە، ئەو گۆڕانکاریانەش کە لەگۆڕاوی نا سەربەخۆ روودەدات، ئەو گۆڕاوە سەربەخۆیانە راڤەی ناکات، بەڵکو گۆڕاوی دیکە هەیە، کەلێکۆڵینەوەی لەبارەییەوە نەکراوە، هۆکارێکە بۆگۆڕانکاری لەگۆڕاوی ناسەربەخۆ.

نموونە(6.7):- ئەم داتایانەی خوارەوە بریتییەلە ئەنجامی راپرسی (10) خێزان سەبارەت بەنێوەنجی خەرجی مانگانەیان لە جلوبەرگدا(y_i) و خەرجی هەمووەکی(x_{i1})، نێوەنجی نرخی هەمووەکی جلوبەرگ(x_{i2})(بەهەزار دینار) :-

x_{i2} نێوەنجی نرخی جلوبەرگ	x_{i1} خەرجی هەمووەکی	y_i خەرجی بۆ جلوبەرگ
15	105	20
12	110	35
25	90	18
16	108	24
10	150	36
4	200	50
4	160	45
30	90	12
22	100	15
14	100	20

داواکاری بریتییە :-

1) مەزەندەکردنی داڵەی لاریبوونی فرەیی بۆخەرجی لەسەر جلوبەرگ دا، لەمیانەیدا راڤەی پەیوەندی نێوان پەیوەندی خەرجی لەسەر جلوبەرگ لەسەر خەرجی هەمووەکی و نێوەنجی نرخی جلوبەرگ بکە.

2) مەزەندەی بەهای خەرجی لەسەر جلوبەرگ بکە؟ کاتێك خەرجی هەمووەکی(250) هەزار دینار بێت و نێوەنجی نرخی جلوبەرگ(2) هەزار دینار بێت.

شیکار :-

1)- بۆمەزەندەی داڵەی لاریبوونی فرەیی خەرجی لەسەر جلوبەرگ، پێویستە یەکەمجار هەژماری نێوەنجی هەژمارکردن بکەیت بۆ هەرسێ گۆڕاو دەربهێنین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$\bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{10}=\frac{275}{10}=27.5$$

$$\bar{x}_1=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i1}}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{10} x_{i1}}{10}=\frac{1213}{10}=121.3$$

$$\bar{x}_2=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i2}}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{10} x_{i2}}{10}=\frac{152}{10}=15.2$$

لەمیانەییدا هەژماری لادانەکانی بەهای لەنێوەنجی هەژمارکردن دەکەیت، واتە:-

$$Y_i=y_i-\bar{y},\quad X_{i1}=x_{i1}-\bar{x}_1,\quad X_{i2}=x_{i2}-\bar{x}_2$$

دوای ئەوە لادانەکان لەگەڵ هەندێك کردەی جەبری پێویست کورت دەکەینەوە، ئەویش لەمیانەی ئەم خشتەیەی خوارەوە:-

$X_{i2}Y$	$X_{i1}Y_i$	X_{i2}^2	X_{i1}^2	$X_{i1}X_{i2}$	X_{i2}	X_{i1}	Y_i
1.5	122.25	0.04	265.69	3.26	0.2-	16.3-	7.5-
24-	84.75-	10.24	127.69	36.16	3.2-	11.3-	7.5
93.1-	297.35	96.04	979.69	306.74-	9.8	31.3-	9.5-
2.8-	46.55	0.64	176.89	10.64-	0.8	13.3-	3.5-
44.2-	243.95	27.04	823.69	149.24-	5.2-	28.7	8.5
252-	1770.75	125.44	6193.69	881.44-	11.2-	78.7	22.5
196-	677.25	125.44	1497.69	433.44-	11.2-	38.7	17.5
229.4-	485.15	219.04	979.69	463.24-	14.8	31.3-	15.5-
85-	266.25	46.24	453.69	144.84-	6.8	21.3-	12.5-
9	159.75	1.44	453.69	25.56	1.2-	21.3-	7.5-
916-	3984.5	651.6	11952.1	2324.6-	0	0	0

لەسەر ئەو بنچینەیەدا دەتوانرێت مەزەندەی نیشانەکانی لاریبوونی فرەیی بکرێت، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$\hat{\beta}_1=\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i1}Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i2}^2\right)-\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i2}Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i1}X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i1}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i2}^2\right)-\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i1}X_{i2}\right)^2}$$

$$=\frac{(3984.5)(651.6)-(-916)(-2324.6)}{(11952.1)(651.6)-(-2324.6)^2}=\frac{466966.6}{2384223.2}=0.1959$$

$$\hat{\beta}_2=\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i2}Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i1}^2\right)-\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i1}Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i1}X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i1}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i2}^2\right)-\left(\sum_{i=1}^{n}X_{i1}X_{i2}\right)^2}$$

$$=\frac{(-916)(11952.1)-(3984.5)(-2324.6)}{(11952.1)(651.6)-(-2324.6)^2}=\frac{-1685754.9}{2384223.2}=-0.707$$

$$\hat{\beta}_0=\bar{y}-\hat{\beta}_1\bar{x}_1-\hat{\beta}_2\bar{x}_2$$

$$=27.5-(0.1959)(121.3)-(-0.707)(15.2)=14.4837$$

بۆیە دالەی لاریبوونی فرەیی بۆ خەرجی لەسەر جلوبەرگ بریتییە لە:-

$$\hat{y}_i=14.4837+0.1959x_{i1}-0.707x_{i2}$$

لەمیانەی دالەی خەرج کردن لەسەر جل و بەرگی مەزەندەکراو، سەرنجی ئەوەدەدەین، کەپەیوەندیەکی راستەوانە لەنێوان خەرجی جلوبەرگ و خەرجی هەمووەکی هەیە، چونکە بەهای($\hat{\beta}_1$) موجەبە، لەهەمان کاتدا پەیوەندیەکی پێچەوانەیی لەنێوان خەرجی لەسەر جلوبەرگ و نێوەنجی نرخەکەی هەیە، ئەویش لەبەرئەوەی ($\hat{\beta}_2$) بەهاکەی سالیبە.

2) بۆ مەزەندەکردنی خەرجی بۆ جلوبەرگ ($\hat{y}_0$) کاتێك ($x_1=250$ و $x_2=2$) ئەمانەی خوارەوەمان هەیە:-

$$\hat{y}_i=14.4837+0.1959x_{i1}-0.707x_{i2}$$

$$\hat{y}_0=14.4837+0.1959(250)-0.707(2)=62.045$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەبڕی خەرجی جل و بەرگ بریتییە لە (62.045) هەزار دینار، کاتێك خەرجی هەمووەکی بریتییە لە(250) هەزار دینار، نێوەنجی نرخی جل و بەرگ بریتییە لە(2) هەزار دینار.

تێبینی :- سەرجەمی باقییەکان بۆ لاریبوونی هێڵی فرەیی بەهەمان شێوە یەکسانە بەسفر.

1.4.7 :- هاوکۆلکەی دیاریکردن بۆ لارییوونی هێڵی فرەیی هاوکۆلکەی دیاریکردن بۆ لارییوونی هێڵی فرەیی :

بریتییە لەو بڕەی کە ڕاڤەی گۆڕانەکانی گۆڕاوی ناسەربەخۆ(Y) لەئەنجامی کاریگەریی ژمارەیەك گۆڕاوی سەربەخۆ دروست دەبێت(زیاتر لەگۆڕاوێکی سەربەخۆ)، یان پلەی پشکداری گۆڕاوە سەربەخۆکان لەگۆڕاوی(Y) دیاری دەکات، کەدەتوانرێت هەژمار بکرێت لەمیانەی دۆزینەوەی دووجای هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی فرەیی لەنێوان(Y) و گۆڕاوە سەربەخۆکان، ئەگەر بێتو دوو گۆڕاوی سەربەخۆمان هەبێت، ئەوا هاوکۆلکەی دیاریکردن بەم شێوەی خوارەوە دەبێت :-

$$R^2_{y.x_1x_2} = \left(r_{y.x_1x_2}\right)^2 \qquad \cdots \quad (7.15)$$

یان دەتوانرێت بەپێ ی ئەم دەقەی خوارەوە هەژمار بکرێت:-

$$R^2_{y.x_1x_2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2} \qquad \cdots \quad (7.16)$$

یاخود دەتوانرێت بەپێ ی ئەم دەقەی خوارەوە هەژمار بکرێت :-

$$R^2_{y.x_1x_2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\hat{y}_i - \bar{y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2} \qquad \cdots \quad (7.17)$$

یان دەتوانرێت بەپێ ی ئەم دەقەی خوارەوە هەژمار بکرێت:-

$$R^2_{y.x_1x_2} = \frac{\hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{i1}Y_i + \hat{\beta}_2 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{i2}Y_i}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2} \quad \cdots \quad (7.18)$$

نموونــە(7.7) :- هاوكۆلكــەی دیــاریكردن بــدۆزەرەوە لەنموونــەی (6.7) لەمیانەیــدا هاوكۆلكەی پێكەوەلكانی فرەیی لەنێوان خەرجی جل و بەرگ لەگەڵ خەرجی هەمووەكی و نێوەنجی نرخی جل و بەرگ بدۆزەرەوە .

شیكار :-

یەكەمجار پێویستمان بەهەژماركردنی لادانی بەهاكان لەنێوەنجی هەژماركردنی گۆڕاوی (Y) دەكەین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 = (-7.5)^2 + (7.5)^2 + \cdots + (-7.5)^2 = 1552.5$$

هەر لەمیانەی زانیاری نموونەی پێشوو دەتوانین دەقی(7.18) ی لەسەر جێ بەجێ بكەین، ئەویش بەم شێوەی خوارەوە:-

$$R^2_{y.x_1x_2} = \frac{\hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{i1}Y_i + \hat{\beta}_2 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{i2}Y_i}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2}$$

$$= \frac{(0.1959)(3984.5) + (-0.707)(-916)}{1552.5} = \frac{1428.1756}{1552.5} = 0.92$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، كە(92٪) ی ئەو گۆڕانانەی لەخەرجی بۆ جل و بەرگ ڕوودەدات راڤەكەی بۆ خەرجی هەمووەكی و نێوەنجی نرخی جل و بەرگ دەگەڕێتەوە، لەگەڵ ئەوەی پەیوەندی راستەوانە لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو گۆڕاوە سەربەخۆكان بەشێوەیەكی گشتی هەیە(چونكە بەگوێرەی ئەم رێگایە ئاراستەی پەیوەندییەكان روون نییە) بۆیە هاوكۆلكەی پێكەوەلكانی فرەیی لەمیانەی وەرگرتنی رەگی دووجا بۆ هاوكۆلكەی دیاریكردن دەدۆزینەوە ئەویش بەم شێوەی حوارەوە :-

$$r_{y.x_1x_2} = \sqrt{R^2_{y.x_1x_2}} = \sqrt{0.92} = 0.9592$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەپەیوەندیکی راستەوانەی بەهێز لەنێوان خەرجی جل و بەرگ لەگەڵ خەرجی هەمووەکی و نێوەنجی نرخی جل و بەرگ دا هەیە، کە یەکسانە بە(٪95.92) .

2.4.7:- هەڵەی پێوەرکاری بۆلاریبوونی هێلی فرەیی :-

بریتییە لەپێوانەی توانستی مۆدێلی لاریبوونی هێلی فرەیی، واتە بڕی ووردەکاری بریتییە لەمۆدێلی مەزەندەکراو بۆ پەیوەندی نێوان گۆڕاوی نێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆ لەگەڵ گۆڕاوە سەربەخۆکاندا(لێرەشدا تەنیا ئاماژە بەدوو گۆڕاوی سەربەخۆ دەکەین) لەڕوانگەی داتاکانی بەردەست، هەر کاتێك بەهای هەڵەی پێوەرکاری بچووك بوو، بەڵگەیە لەسەر توانستی مۆدێلی مەزەندەکراو، پێچەوانەکەش راستیەکەیەتی، ئەمەش زۆر جیاوازی لەگەڵ هەڵەی پێوەرکاری مەزەندەکراوی مۆدێلی هێلی سادە نییە، دەتوانرێت بەبەکارهێنانی ئەم یاسایەیی خوارەوە هەژمار بکرێت:-

$$S_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-3}} \qquad \cdots \quad (7.19)$$

نموونە(8.7):- هەڵەی پێوەرکاری لەم زانیاریانەی بەردەست لەنموونەی(6.7) و نموونەی(7.7) بدۆزەرەوە:-

شیکار :- ئەم زانیاریانەی خوارەوەمان هەیە:-

$$: \quad n = 10 \quad \sum_{i=1}^{n} Y_i^2 = 1552.5 \quad R^2_{y.x_1x_2} = 0.92$$

$$R^2_{y.x_1x_2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2} \Rightarrow 0.92 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{1552.5} \Rightarrow 0.08 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{1552.5}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = (0.08)(1552.5) = 124.2$$

لەسەر ئەم بنچینەیەدا دەتوانرێت هەڵەی پێوەرکاری بەم شێوەی خوارەوە بەدەست بهێنرێت :-

$$S_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-3}} = \sqrt{\frac{124.2}{10-3}} = \sqrt{17.7429} = 4.2122$$

تێبینی :- لەبواری پراکتیکی دا، لێکۆڵینەوەی پەیوەندی نێوان دوو گۆڕاوە، یەکێکیان ناسەربەخۆن و ئەوی تریان سەربەخۆیە لەراستیدا نا واقیعیە، ئەویش لەبەرژەوەندی یەك گۆڕاو نییە کاریگەربێت بەتەنیا لە یەك گۆڕاو دا، بەڵکو بەژمارەیەك کاریگەر دەبێت، ئینجا هەر کاتێك ژمارەی گۆڕاوە سەربەخۆکان زیادی کرد، ئەمەش مانای لاوازی هەڵەی ڕەمەکی دەگەیەنێت، ئەویش بەهۆی وەرگرتنی بەشی گەورە لەپێکهاتەکەی لەمۆدێلەکەدا، ئەم پرۆسەیە کاریگەریی بۆسەر مەزەندەی نیشانەکانی مۆدێلی مەزەندەکراو هەیە، بەهەمان شێوە کارێگاریی لەسەر پێوەرەکانی وەك هاوکۆلکەی دیاریکردن و هەڵەی پێوەرکاری هەیە.

نموونە(9.7) :- گریمان ئەم داتایانەی خوارەوەت هەیە:-

	y	x1	x2
1	2	3	1
2	5	4	0
3	4	5	1
4	0	3	0
5	6	7	0
6	1	2	4

داواکاری :-

خشتەی بەراوردکاری لەنێوان مۆدێلی لاریبوونی سادە بۆ گۆڕاوەکانی(y_i) و (x_i) مۆدێلی لاریبوونی هێڵی فرەیی بۆ گۆڕاوەکانی(y_i) و (X_1) و (X_2) بکە، ئەویش لەڕووی نیشانەی مەزەندەکراو و هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی دیاریکردن و هەڵەی پێوەرکاری .

شیکار :- یەکەمجار ژمارەی نێوەنجی هەژمارکردنی هەرسێ گۆڕاو بەم شێوەی خوارەوە دەکەین :-

$$\bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{6} y_i}{6}=\frac{18}{6}=3$$

$$\bar{x}_1=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i1}}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{6} x_{i1}}{6}=\frac{24}{6}=4$$

$$\bar{x}_2=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i2}}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{6} x_{i2}}{6}=\frac{6}{6}=1$$

کەلەمیانەیدا هەژماری لادانی بەهاکانی لەنێوەنجی هەژمارکردن دەکەین، واتە:-

$$Y_i=y_i-\bar{y},\quad X_{i1}=x_{i1}-\bar{x}_1,\quad X_{i2}=x_{i2}-\bar{x}_2$$

ئینجا لادانەکان لەگەڵ هەندێك کردەی جەبری پێویست لەمیانەی ئەم خشتەیە کورت دەکەینەوە :-

$X_{i2}Y$	$X_{i1}Y_i$	$X_{i1}X_{i2}$	X_{i2}^2	X_{i1}^2	Y_i^2	X_{i2}	X_{i1}	Y_i	زنجیرە
0	1	0	0	1	1	0	1-	1-	1
2-	0	0	1	0	4	1-	0	2	2
0	1	0	0	1	1	0	1	1	3
3	3	1	1	1	9	1-	1-	3-	4
3-	9	3-	1	9	9	1-	3	3	5
6-	4	6-	9	4	4	3	2-	2-	6
8-	18	8-	12	16	28	0	0	0	سەرجەم

لەسەر ئەو بنچینەیەدا دەتوانرێت مەزەندەی نیشانەی لاریبوونی هێڵی سادە بەم شێوەی خوارەوە بکرێت:-

$$\hat{\beta}_1=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}-\bar{x}_1)(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}-\bar{x}_1)^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_{i1}Y_i}{\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2}=\frac{18}{16}=1.125$$

$$\hat{\beta}_0=\bar{y}-\hat{\beta}_1\bar{x}_1=3-(1.125)(4)=-1.5$$

ئەمەش مانای ئەوەیە ئەومۆدێلە مەزەندەکراوە بریتییە لە:ـ

$$\hat{y}_i = -1.5 + 1.125x_{i1}$$

ئەمەش مانای ئەوەیە پەیوەندیەکی راستەوانە لەنێوان(Y) و(X_1) هەیە، چونکە هاوکۆلکەی لاریبوون بریتییە لەبەهای موجەب، واتە زیادبوونی(X_1) بەبڕی یەك دانە، دەبێتە هۆکاری زیادبوونی(Y) بەبڕی(1.225). هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان(Y) و(X_1) بەم شێوەی خوارەوەیە:ـ

$$r_{x_1 y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}-\bar{x}_1)(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_{i1}-\bar{x}_1)^2 . \sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{i1} Y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} Y_i^2}}$$

$$= \frac{18}{\sqrt{(16)(28)}} = \frac{18}{21.166} = 0.85$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەپەیوەندیکی راستەوانەی بەهێز لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو گۆڕاوی سەربەخۆدا هەیە. هاوکۆلکەی دیاریکردنی مۆدێلی هێڵی سادەی مەزەندەکراو بریتییە لە:ـ

$$R^2 = (r_{x_1 y})^2 = (0.85)^2 = 0.7225$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە(72.25٪)ی گۆڕانەکانی(Y)، هۆکارەکەی بۆ گۆڕاوی سەربەخۆ(X_1) دەگەڕێتەوەو رێژەی(27.75٪)ی دەمێنێتەوە بۆ گۆڕاوی سەربەخۆی دیکە دەگەڕێتەوەو لێکۆڵینەوەی لەبارەیەوە نەکراوە، مەزەندەی هەڵەی پێوەرکاری بۆ مۆدێلی هێڵی سادەی مەزەندەکراو بریتییە لە:ـ

لەبەکارهێنانی مۆدێلی هێڵی سادە دەتوانرێت هەژماری بەهای مەزەندەکراوی گۆڕاوی ناسەربەخۆ($\hat{y}_i$) بەم شێوەی خوارەوە بکرێت:ـ

$$\hat{y}_i = -1.5 + 1.125x_{i1}$$
$$\hat{y}_1 = -1.5 + 1.125x_{11} = -1.5 + 1.125(3) = 1.875$$
$$\hat{y}_2 = -1.5 + 1.125x_{21} = -1.5 + 1.125(4) = 3$$
$$\vdots$$
$$\hat{y}_6 = -1.5 + 1.125x_{61} = -1.5 + 1.125(2) = 0.75$$

بۆ هەژماركردنی بەهای باقییەكان ئەم دەقەی(7.3) بەكاردەهێنین:—

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$
$$e_1 = y_1 - \hat{y}_1 = 2 - 1.875 = 0.125$$
$$e_2 = y_2 - \hat{y}_2 = 5 - 3 = 2$$
$$\vdots$$
$$e_6 = y_6 - \hat{y}_6 = 1 - 0.75 = 0.25$$

لەسەر ئەو بنچینەیەدا، ئەوا سەرجەمی دووجاكانی باقییەكان بەم شێوەی خوارەوەدەبێت :—

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{6} e_i^2 = e_1^2 + e_2^2 + \cdots + e_6^2$$
$$= (0.125)^2 + (2)^2 + \cdots + (0.125)^2 = 7.75$$

دەتوانرێت مەزەندەی نیشانەكانی لاریبوونی هێڵی فرەیی بەم شێوەی خوارەوە دەبێت :—

$$S_{y/x_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{7.75}{6-2}} = 1.3919$$

بۆیە مۆدێلی لاریبوونی فرەیی بەم شێوەی خوارەوە دەبێت :—

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)^2}$$
$$= \frac{(18)(12) - (-8)(-8)}{(16)(12) - (-8)^2} = \frac{152}{128} = 1.1875$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)^2}$$

$$= \frac{(-8)(16) - (18)(-8)}{(16)(12) - (-8)^2} = \frac{16}{128} = 0.125$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{x}_2$$

$$= 3 - (1.1875)(4) - (0.125)(1) = -1.875$$

$$\hat{y}_i = -1.875 + 1.1875 x_{i1} + 0.125 x_{i2}$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەپەیوەندیەکی راستەوانە لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆو هەردوو گۆڕاوی سەربەخۆ هەیە، چونکە بەهای هاوکۆلکەی لاریبونیان موجەبە.

هاوکۆلکەی دیاریکردن بۆ مۆدێلی هێڵی فرەیی لەنێوان(Y) لەگەڵ(X_1) و(X_2) ئەویش بەم شێوەی خوارەوەیە:-

$$R^2_{y.x_1x_2} = \frac{\hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{i1} Y_i + \hat{\beta}_2 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{i2} Y_i}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2}$$

$$= \frac{(1.1875)(18) + (0.125)(-8)}{28} = \frac{20.375}{28} = 0.7277$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کە(72.77٪) لەو گۆڕانەی کەلە(Y)ڕوودەدات، بۆ هەردوو گۆڕاوی (X_1) و (X_2) دەگەڕێتەوە و، ئەوەی دەشمینێتەوە(27.23٪) گۆڕاوی سەربەخۆی دیکە ڕاڤەی دەکات و لێکۆڵینەوەیان لەبارەیەوە نەکراوە.

هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی فرەیی لەنێوان(Y) لەگەڵ(X_1 و X_2) بەم شێوەی خوارەوەیە:-

$$r_{y.x_1x_2} = \sqrt{R^2_{y.x_1x_2}} = \sqrt{0.7277} = 0.8531$$

ئەمەش مانای ئەوەیە، کەپەیوەندیەکی راستەوانەی بەهێز لەنێوان گۆڕاوی ناسەربەخۆ و گۆڕاوی سەربەخۆی(   ) هەیە.

سەبارەت بەهەڵەی پێوەرکاری بەم شێوەی خوارەوە دەبێت :-

$$R^2_{y.x_1x_2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2} \Rightarrow 0.7277 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{28} \Rightarrow 0.2723 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{28}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = (0.2723)(28) = 7.6244$$

لەسەر ئەو بنچینەیەدا دەتوانرێت هەڵەی پێوەرکاری بەم شێوەی خوارەوە بەدەست بهێنرێت :-

$$S_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-3}} = \sqrt{\frac{7.6244}{6-3}} = \sqrt{2.5415} = 1.5942$$

ئێستا دەتوانرێت خشتەی بەراوردکاری لەنێوان هەردوو مۆدێلَ بەم شێوەی خوارەوە دروست بکرێت:-

پێوەر	مۆدێلی لارییوونی هێڵی سادە	مۆدێلی لارییوونی هێڵی فرەیی
$\hat{\beta}_0$	1.5-	1.875-
$\hat{\beta}_1$	1.125	1.1875
$\hat{\beta}_2$	---	0.125
هاوکۆلکەی پێکەوەلکان	0.85	0.8531
هاوکۆلکەی دیاریکردن	0.7225	0.7277
هەڵەی پێوەرکاری	1.3919	1.5942

لـەم خشـتەیەدا سـەرنجی ئـەوەدەین، کەبـەهای نیشـانەکان جیـاوازن، ئەمـەش لەئەنجامی زیادکردنی گۆڕاوی سەربەخۆی دووەم بۆ مۆدێلـە هێڵـی یـە سـادەکە، لەگـەڵ مانەوەی نیشانەکان وەك خۆیان، هەروەها زیادبوونێکی کەم لەهاوکۆلکەی پێکەوەلکان و دیاریکردن لەمۆدێلی هێڵی فرەیی لەسەر مۆدێلی هێڵی سادە دەبینرێـت، لەهـەمان کاتـدا هەڵەی پێوەرکاری زیادی کردووە، بەڵگەیە لەسەر نەبوونی توانستی مۆدێلی هێڵی فرەیی دا، بەبەراورد بەمۆدێلی هێڵی سادە، ئەمەش مانای ئەوەیە پشت بـەمۆدێلی هێڵـی سـادە ببەسترێت، چونکە بەهای هەڵەی پێوەرکاری باشـترەو کـەمترە، ئـەویش لەبـەر نـەبوونی گرنگی گۆڕاوی دووەم لەو مۆدێلەدا.

تێبینی :- شتێکی ئاسایيە بەهای هەڵەی پێوەرکاری لەمۆدێلی هێڵی فرەیی نزم دەبێت، ئەگەر بێتو گۆڕاوی زیادکراوی دووەم بەمۆدێلی هێڵی سادە گرنگی گەورەی لەراڤـەکردنی گۆڕانی گۆڕاوی سەربەخۆ هـەبێت، هـەروەها دەتوانرێـت ئـەوە بزانرێـت کاتێـك سـەرنجی هاوکۆلکەی هەر یەك لەپێکەوەلکان و دیـاریکردن بدرێت(بریتییـە لـەزیادبوونی مەعنـەوی کەدەتوانرێت لەمیانەی ئەزموونە ئامارییەکان دووپات بکرێتەوە).

ڕاهێنانی بەشی حەوتەم

1.7:– مەبەست لەهاوکۆلکەی لاریبوونی هێڵی سادە چییە؟

2.7:– باسی پەیوەندی نێوان لاریبوونی هێڵی سادەو هاوکۆلکەی لاریبوون بکە؟

3.7:– لەئەزموونێکی کشتوکاڵی دا، لێکۆڵینەوە لەکاریگەریی زیادبوونی بڕی پەینی کیمیاوی لەسەر بڕی بەرهەمی گەنم دیار بکەو ئەم ئەنجامانەی خوارەوەت هەیە:–

بڕی پەین	14	10	3	9	11	15	8	13	17	19	7	8	9	12
بڕی بەرهەم	9	7	2	5	8	11	6	8	13	15	4	5	6	7

داواکاری بریتییەلە :-

1) شێوەی بڵاوبوونەوەی داتاکان بکێشە، کەبریتییە لەبڕی پەینی کیمیاوی و بڕی بەرهەمی گەنم.

2) مەزەندەی مۆدێلی هێڵی لەنێوان بڕی پەین و بڕی بەرهەم بکە.

3) بڕی چاوەڕوانکراو چەندە، ئەگەر بێتو بڕی پەین یەکسان بێت بە(20).

4) هاوکۆلکەی دیاریکردن بدۆزەرەوەو ڕاڤەشی بکە.

5) هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان بڕی پەین و بڕی بەرهەم بدۆزەرەوە.

4.7 :– یەکێك لەفەرمانگەکانی کەش و هەوای هەرێمی کوردستان ئەم داتایانەی خوارەوەی لەبارەی کەش و هەوای هەشت ڕۆژی باراناوی هەریەك لەپلەی گەرماو بڕی باران تۆمارکردووە :–

پلەی گەرما	2-	1	1-	3	2	3	1	2
بڕی باران	5	4	6	7	5	4	3	2

داواکاری بریتییەلە :-

1) گۆڕاوی سەربەخۆ(X) و گۆڕاوی ناسەربەخۆ (Y) دیار بکە.

2) مەزەندەی مۆدێلی لاریبوونی هێڵی سادە بکە (Y/X).

3) شێوەی بڵاوبوونەوەی پلەی گەرما لەبەرامبەر بڕی باران لەگەڵ هێڵی لاریبوونی مەزەندەکراو بکێشە.

4) هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە هەژمار و ڕاڤە بکە.

5) هاوکۆلکەی دیاریکردن هەژمار و ڕاڤە بکە.

6) هەڵەی پێوەرکاری بۆ مۆدێلی مەزەندەکراو لەداواکاری دووەم هەژمار بکە .

7) بەهای(Y) چەندە، ئەگەر بێتو ($x= 8, 9, 10,$).

5.7 :- ئەم داتایانەی خوارەوە بریتییە لەبڕی خواست لەکالآی(Y)، داهاتی مانگانە(X_1) ونرخی یەك دانە لەو کالآیە(X_2) بۆ بژاردەیە کە لە(12) خێزان پێك هاتووە.

Y	2	5	6	4	5	4	9	8	10	6	13	7
x_1	90	110	120	95	105	110	135	125	145	115	150	118
x_2	10	7	6	4	5	2	5	5	4	3	4	3

داواکاری بریتییەلە :-

1)- مەزەندەی مۆدێلی لاریبوونی فرەیی بۆ بڕی خواست لەو کالآیە و بەپشت بەستن لەسەر داهاتی مانگانەو نرخی یەك دانە بکە.

2)- مەزەندەی هاوکۆلکەی فرەیی لەنێوان(Y) و هەردوو گۆڕاوی سەربەخۆی(X_1) و(X_2) و ڕاڤەشی بکە.

3)-هاوکۆلکەی دیاریکردن بۆ مۆدێلی هێڵی فرەیی مەزەندەکراو لەداواکاری یەکەم هەژمار بکە و ڕاڤەکەشی بکە.

4)- هەڵەی پێوەرکاری بۆ مۆدێلی مەزەندەکراو لەداواکاری یەکەم هەژمار بکە.

5)- مەزەندەی بڕی خواست بکە لەو کالایە ، کاتێك(X_1=200 و X_2=12).

6)- مەزەندەی لاریبوونی هێڵی سادەی بڕی خواست لەو کالآیە بکە بەپشت بەستن بەداهاتی مانگانە.

7)- هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێڵی سادە لەنێوان بڕی خواست لەو کالآیە داهاتی خێزان هەژمار بکە.

8)- هەژماری هاوکۆلکەی دیاریکردن بۆ مۆدێلی هێڵی سادەی مەزەندەکراو لەداواکاری شەشەم بکە .

9)- هەژماری هەڵەی پێوەرکاری بۆ مۆدێلی مەزەندەکراو لەداواکاری شەشەم بکە.

10)- بەراورد لەنێوان هەردوو مۆدێلی مەزەندەکراو لەداواکاری یەکەم و شەشەم بکە، ئەویش لەمیانەی هەڵەی پێوەرکاری دا.

6.7:- ئەگەر ئەم زانیاریانەی خوارەوەت هەبێت:-

$\overline{Y} = 7.14$	$\overline{X}_1 = 9$	$\overline{X}_2 = -1.57$	$n = 7$
$S_y = 6.012$	$S_1 = 6.377$	$S_2 = 4.541$	
$r_{y1} = 0.991$	$r_{y2} = -0.912$	$r_{12} = -0.955$	

داواکاری بریتییەلە :-

1- مەزەندەی مۆدێلی لاریبوونی هێڵی سادە(y/x_1 .) بکە.

2- مەزەندەی مۆدێلی لاریبوونی هێڵی سادە بکە(y/x_2 .)

3- مەزەندەی مۆدێلی لاریبوونی هێڵی سادە((x_1/x_2) بکە.

4- مەزەندەی مۆدێلی لاریبوونی هێڵی سادەی(x_2/x_1 .) بکە.

5- مەزەندەی مۆدێلی لاریبوونی هێڵی فرەیی($y/x_1\,x_2$) بکە.

6- شێوەی بڵاوبوونەوە لەگەڵ هێڵی لاریبوون بۆ مۆدێلی مەزەندەکراوی سەرەوە بکێشە .

7- مەژماری هاوکۆلکەی دیاریکردنی مۆدێلە مەزەندەکراوەکانی سەرەوە بکە.

8- مەژماری هەڵەی پێوەرکاری بۆ مۆدێلە مەزەندەکراوەکانی سەرەوە بکە.

9- بەراورد لەنێوان توانستی مۆدێلە مەزەندەکراوەکان بۆ گۆڕاوی y بکە، ئەویش لەمیانەی هاوکۆلکەی دیاریکردن و هەڵەی پێوەرکاری

10- بەشێوەی هەژمارکردن بسەلمێنە، کەسەرجەمی باقییەکانی مۆدێلە مەزەندەکراوەکانی سەرەوە یەکسانە بەسفر .

11- مەزەندەی بەهای y بکە کاتێك $x_1 = 20$

12 - مەزەندەی بەهای(y) بکە کاتێك. $x_2 = 10$

13 - مەزەندەی بەهای(y) بکە کاتێك. $x_2 = 10$ و $x_1 = 20$.

سەرچاوەکان

یەکەم:سەرچاوە عەرەبییەکان:

زنجیره	سەرچاوه
1	الراوي ، د.خاشع، (1980) ، **المدخل إلى الإحصاء** ، جامعة الموصل.
2	المشهداني ، د.محمود حسن وأمير حنا هرمز، (1989) ، **الإحصاء** ، جامعة بغداد-بيت الحكمة.
3	الناصر ، د.عبد المجيد حمزة الناصر ود.عصرية ردام المرزوك ، (1989) ، **العينات** ، جامعة بغداد-بيت الحكمة.
4	الناصر ، فوزي عبد الرزاق ، (1985)، مبادئ الإحصاء الحديث (مترجم)، الجامعة المستنصرية ، مطبعة جامعة الموصل.
5	الهيتي ، د.صلاح الدين حسين ، (2006)، الأساليب الإحصائية في العلوم الإدارية-تطبيقات **باستخدام SPSS** ، جامعة مؤتة.
6	جودة ، د.محفوظ ،(2008)، **التحليل الإحصائي الأساسي** باستخدام SPSS ، جامعة العلوم التطبيقية-مطبعة وائل .

دووەم:سەرچاوە بیانییەکان :

Series	References
7	Agresti, A. (1990). **Categorical Data Analysis**. New York: John Wiley and Sons.
8	Ashford, J.R. (1959). **An approach to an analysis of data for semiquantal responses in biological assay**. Biometrics.
9	Azzalini,A.(1996), **Statistical Inference** Based on the Likelihood London: Chapman and Hall.
10	Barndorff-Nielsen, O.E. (1988). **Parametric Statistical Models and Likelihood**. New York: Springer,
11	Barndorff-Nielsen, O.E. and Cox, D.R. (1989). **Asymptotic Techniques for Use in Statistics**. London: Chapman and Hall.
12	Birnbaum, A. (1962). **On the foundations of statistical inference**. Journal of the American Statistical Association, 57.
13	Brookes, B.C. and Dick, W.F.L. (1951). **Introduction to Statistical Method**. London: Heinemann.
14	Christensen, R. (1990). **Log-Linear Models**. Berlin: Springer.

15	Collet, D. (1991). **Modelling Binary Data**. London: Chapman and Hall.
16	Cook, R.D. (1977). **Detection of influential observations in linear regression**. Techno metrics, 19.
17	Cook, R.D. and Weisberg, S. (1982). **Residuals and Influence in Regression**. London: Chapman and Hall.
18	Cox, D.R. (1972). **Regression models and life tables** (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society B, 34.
19	Cox, D.R. (1990). **Role of models in statistical analysis**. Statistical Science, 5.
20	Cox, D.R. and Hinkley, D.V. (1974). **Theoretical Statistics**. London: Chapman and Hall.
21	Dalgaard, P. (2002). **Introductory Statistics with R**. New York: Springer.
22	Davison,A.C. (2003). **Statistical Models**. Cambridge: Cambridge University Press.
23	Dobson, A.J. (1990). **An Introduction to Generalized Linear Models**. London: Chapman and Hall.
24	Draper,N.R.and Smith, H. (1981). **Applied Regression Analysis**. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons.
25	Faraway, J.J. (2005). **Linear Models with R**. Boca Raton, FL: Chapman and Hall/CRC.
26	Fisher,R.A.(1956).**Statistical Methods and Scientific Inference**. Edinburgh: Oliver and Boyd.
27	Fraser, D.A.S. (1979). **Inference and Linear Models**. New York: McGraw Hill.
28	Haberman, S.J. (1978). **Analysis of Qualitative Data**. Volume 1. Introductory Topics. San Diego, CA: Academic Press.
29	Knight,K.(2000). **Mathematical Statistics**. New York: Chapman and Hall.
30	Lee,E.T.(1992).**Statistical Methods for Survival Data Analysis**. New York: John Wiley and Sons.
31	Linhart, H. and Zucchini, W. (1986). **Model Selection**. New York : John Wiley and Sons.
32	Lindsey, J.K. (1995a). **Modelling Frequency and Count Data**. Oxford: Clarendon Press.
33	Lindsey, J.K. (1995b). **Introductory Statistics: The Modelling Approach**. Oxford: Oxford University Press.
34	Lindsey, J.K. (1996). **Parametric Statistical Inference**. Oxford: Clarendon Press.
35	Lindsey, J.K. (1997). **Applying Generalized Linear Models**. New York: Springer.
36	Miller, R.G. (1981). **Survival Analysis**, New York: John Wiley and Sons.
37	Searle, S.R. (1971). **Linear Models**. New York: John Wiley and Sons.

38	Seber, G.A.F. (1977). **Linear Regression Analysis**. New York: John Wiley and Sons.
39	Silvey, S.D. (1980). **Statistical Inference**. London: Chapman and Hall.
40	Steel,R.G.D. and Torrie, J.H. (1980). **Principles and Procedures of Statistics**. New York: McGraw Hill.
41	Stigler,S.M. (1986). **The History of Statistics**: The Measurement of Uncertainty Before 1900. Cambridge, MA: Belknap Press.
42	Stirzaker, D.R. (1994). **Elementary Probability**. Cambridge: Cambridge University Press.
43	Uusipaikka, E.I. (2006). **Statistical Inference Package SIP**. http://www.wolfram.com/products/applications/sip/.
44	Weisberg, S. (1985). **Applied Linear Regression**. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons.
45	Welsh, A.H. (1996). **Aspects of Statistical Inference**. New York: John Wiley and Sons.
46	Wetherill, G.B. (1986). **Regression Analysis with Applications**. London: Chapman and Hall.

پاشکۆکان

پاشکۆی A : زاراوە زانستییەکان

پاشکۆی B : پوختەی دەقە ئامارییەکان

پاشکۆی A

زاراوە زانستییەکان

کوردی	ئینگلیزی	عەرەبی
یەکتربڕ	Intercept	تقاطع
یەکەکانی بژاردە	Sampling Units	وحدات المعاينة
یەك گۆڕاو	Univariate	متغير واحد
ئەگەرەکان	Probability	إحتمالات
ئەزموونکردنی ئاماری	Statistics Tests	إختبارات إحصائية
ئەزموونکردنی گریمانەکان	Test of Hypothesis	إختبار الفرضيات
ئامراز	Tool	أداة
ئاماری خوێندنەوەیی	Inference Statistical	إحصاء إستدلالي
ئاماری بەجێهێنان	Applied Statistics	إحصاء تطبيقي
ئاماری باسەنی	Descriptive Statistics	إحصاء وصفي
ئامار	Statistics	إحصاء
ئاماژەکان	Indexes	مؤشرات
ئاستی متمانە	Confidence level	مستوى الثقة
ئاست	Level	مستوى
یاساکان	Laws	قوانين
وردەکاری	Accuracy	دقة
وەرگرتن	Accept	قبول
هێڵی بەیانی	Line Chart	خط بياني
هێڵی	Linear	خطي
هەڵەی ڕەمەکی	Random Error	خطأ عشوائي

هەڵەی پێوەرکاری	Standard Error	خطأ معياري
هەڵەکان	Errors	أخطاء
هاوکێشەکان	Equations	معادلات
هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون	Coefficient of Association	معامل الإقتران
هاوکۆلکەی لاربوون	Regression Coefficient	معامل الإنحدار
هاوکۆلکەی دیاریکردن	Coefficient of Determination	معامل التحديد
هاوکۆلکەی جیاوازی	Coefficient of Variation	معامل الإختلاف
هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێلی سادە	Simple Linear Correlation Coefficient	معامل الإرتباط الخطي البسيط
هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی فرەیی	Multiple Correlation Coefficient	معامل الإرتباط المتعدد
هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی بەشەکی	Partial Correlation Coefficient	معامل الإرتباط الجزئي
هاوکۆلکەی پەرشوبڵاوی	Coefficient of Dispersion	معامل التشتت
هاوکۆلکەی هاوکۆك	Coefficient of Contingency	معامل التوافق
هاوکۆلکە	Coefficient	معامل
هاوشێوەیی	Homogenous	تجانس
هاوشێوەیی	Symmetric	متماثل
نموونەیی	Optimum	مثالية
نزمترین ڕادەی توێژ	Lower Limit of a Class	حد الأدنى للفئة
نزمبوەوە	Decreasing	تنازلي
نزم	Lower	أدنى
نەگۆڕ، چەسپاو	Constant	ثابت
نەشکانەوە بەهیچ لایەك	Unbiased	غير متحيز
نێوەنجی ئەندازەیی	Geometric Mean	وسط هندسي

نێوەنجی هەژمارکردنی کێشکراو	Weighted Mean	وسط حسابي موزون (المرجح)
نێوەنجی دووجا	Quadratic Mean	وسط تربيعي
نێوەنجی هاوکۆکی	Harmonic Mean	وسط توافقي
نێوەنج	Mean	متوسط (وسط حسابي)
ناوەڕاست	Median	وسيط
نا هێڵی	Non-Linear	غير خطي
مۆدێل	Model	نموذج
موجەب	Positive	موجبة
متمانە	Confidence	ثقة
مەودای هەمووەکی	Total Range	مدى كلي
مەودا	Range	مدى
شتە زۆر دووبارەبووەکان، مەنوال	Mode	منوال
مەزەندەکردنی ماوە	Interval Estimation	تقدير فترة
مەزەندەکردنی خاڵبەندی	Point Estimation	تقدير نقطي
مەزەندەکردن	Estimation	تقدير
مەزەندەکراو	Estimator	مقدر
ماوە	Time	زمن
لێکۆڵینەوەی دانیشتوان	Demography	دراسات سكانية
لۆگاریتم	Logarithm	لوغارتم
لاریبوونی هێڵی سادە	Simple Linear Regression	إنحدار خطي بسيط
لاریبوونی هێڵی فرەیی	Multiple Linear Regression	إنحدار خطي متعدد
لاری	Slop	ميل
لادانی نێوەنج	Mean Deviation	إنحراف متوسط

لادانی چارەگی	Quartile Deviation	إنحراف ربيعي
لادانی پێوەرکاری	Standard Deviation	إنحراف معياري
لادان	Deviation	إنحراف
کێشەکان	Weights	أوزان
کۆمەڵگای ئاماری	Statistical Population	مجتمع إحصائي
کۆمەڵگای سنووردار	Finite Population	مجتمع محدود
کۆمەڵگای بێ سنوور	Infinite Population	مجتمع غير محدود
کۆمەڵگا	Population	مجتمع
کۆمەڵە	Group	مجموعة
کردە	Process	عملية
کەمترین چارەگ	Lower Quartile	ربيع أدنى
کەرتەکان	Blocks	قطاعات
قۆناغەکان	Stages	مراحل
قەبارە	Size	حجم
گونجاوی مۆدێل	Goodness of Fit	حسن المطابقة (ملائمة النموذج)
گۆڕاوی نا سەربەخۆ	Dependent Variable	متغير تابع أو معتمد
گۆڕاوی سەربەخۆ	Independent Variable	متغير مستقل
گۆڕاوی ڕەمەکی	Random Variable	متغير عشوائي
گۆڕاو	Variable	متغير
گۆڕانەکان	Changes	تغيرات
گەشەکردن	Growth	نمو
چوارچێوەی بژاردە	Sampling Frame	إطار المعاينة
چەماوەی دووبارەیی کۆکراوە	Cumulative Frequency Curve	منحنى تكراري متجمع

چەماوەی دووبارەیی	Frequency Curve	منحنى تكراري
چەماوە	Curve	منحني
چاوەڕوانکراو	Expectation	توقع
چارەگەکان	Quartiles	ربيعات
شێوەی بەیانی	Graphical	رسوم بيانية
شێوازەکان	Approaches	أساليب
شیکردنەوەی لاریبوون	Regression Analysis	تحليل الإنحدار
شیکردنەوەی داتاکان	Analysis Data	تحليل البيانات
شیکردنەوە	Analysis	تحليل
شکانەوە بەلایەکدا	Biased	تحيز
شایستەی پێوانەکردنە	Measurable	قابلة للقياس
شایستەی پێوانەکردن نییە	Un measurable	غير قابلة للقياس
شاز	Outlier	شاذه
سێ ڕوویی	3-Dimintion	ثلاثي الأبعاد
سنوور	Limits	حدود
ڕێککەوت	Chance	صدفة
ستوونە لاکێشەییەکان	Bars	أعمدة مستطيلة
ستوونە بەیانییەکان	Bar Charts	أعمدة بيانية
ستوونە بەیانییە ئاوێتەییەکان	Clustered or Stacked Bar Chart	أعمدة بيانية مركبة
ستوونە بەیانییە سادەکان	Simple Bar Chart	أعمدة بيانية بسيطة
ستوون	Column	عمود
سەنتەری توێژ	Center of a Class	مركز الفئة
سەرجەم	Summation	مجموع
سەرەتایی	Prior	أولية

سالیب	Negative	سالبة
زۆرترین چارەگ	Upper Quartile	ربیع أعلى
زنجیرە	Series	سلسلة
زانیارییەکان	Information	معلومات
ڕێگای ئاماری	Statistical Method	طریقة إحصائیة
ڕێگای چوار گۆشەی بچووکی ئاسایی	Ordinary Least Squares Method	طریقة المربعات الصغرى الإعتیادیة
ڕێگا نا ڕەمەکییەکان	Nonrandom Samples	طرائق غیر عشوائیة
ڕێگا ڕەمەکییەکان	Random Samples	طرائق عشوائیة
ڕیزی ئاسۆیی	Row	صف
ڕیزبەندی و خستنەڕووی داتاکان	Data Tabulation and Presentation	تبویب وعرض البیانات
ڕیزبەندی	Rank	رتبة
ڕێژە	Proportions	نسب
ڕەهادار	Absolute	مطلقة
ڕەفتار	Behavior	سلوك
ڕەگ	Root	جذر
ڕەتکردنەوە	Reject	رفض
ڕاڤەکردن	Interpreting	تفسیر
ژمارەی پێوانەیی	Index numbers	أرقام قیاسیة
ژمارەی توێژەکان	Number of Classes	عدد الفئات
دیاریکراو	Deterministic	محددة
دوولایەنە	Double	مزدوج
دووجا	Square	مربع
دووبارەی توێژ	Class Frequency	تكرار الفئة

دوو گۆڕاو	Bivariate	متغيرين
درێژی تونێژ	Length of Class	طول الفئة
دەق	Formula	صيغة
دەبێتە هۆی	Due to	تعزى إلى
داله	Function	دالة
داتاکان	Data	بيانات
داتا ئامارییەکان	Statistical data	بيانات إحصائية
داتا نا ڕیزکراوەکان	Not- tabulated Data	بيانات غير مبوبة
داتا ڕیزکراوەکان	Tabulated Data	بيانات مبوبة
داتا لکاوەکان	Continuous data	بيانات متصلة
داتا ڕیزبەندییەکان	Ordinal data	بيانات ترتيبية
داتا ژمارەییەکان	Quantitative data or Scale	بيانات كمية
داتا خەسلەتە جۆرییەکان	Qualitative data	بيانات صفات نوعية
داتا پچڕ پچڕەکان	Discrete data	بيانات متقطعة
داتا بەناوەکان	Nominal data	بيانات إسمية
دابەشکردنی سروشتی	Normal Distribution	توزيع متماثل (توزيع طبيعي)
دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوە	Cumulative Frequency Distribution	توزيع تكراري متجمع
دابەشکردنی دووبارەیی ڕێژەیی	Proportionate Frequency Distribution	توزيع تكراري نسبي
دابەشکردنی دووبارەیی	Frequency Distribution	توزيع تكراري
خشتەی دووبارەیی	Frequency Table	جدول تكراري
خشتەی هاوکۆک	Contingency Table	جدول توافق
خشتەکان	Tables	جداول
خستنەڕووی بەیانی	Graphical Presentation	عرض بياني

خەسلەتەکان	Properties	خصائص
جیاکاری هاوبەش	Covariance	تباين مشترك
جیاکاری	Variance	تباين
جووتە	Even	زوجي
جۆراوجۆری گۆڕاوەکان	Multivariate	متعدد المتغيرات
پێوانەکانی ناکۆکی ناوەندی	Measures of Central Tendency	مقاييس النزعة المركزية
پێوانەکانی پەرشوبڵاوی	Measures of Variation	مقاييس التشتت
پێوانەکان	Scales	قياسات
پێکەوەلکانی نێوان خەسلەتەکان	Correlation between Attributes	إرتباط بين الصفات
پێکەوەلکان	Correlation	إرتباط أو تلازم
پێچەوانەیی	Inverse	معكوس
پێشبینی کردن	Prediction	تنبؤ
پۆلێن کردن	Classical	تصنيف
پلیکانی دووبارەیی	Histogram	مدرج تكراري
پلەی ئازادی	Degree of Freedom	درجة الحرية
پرسینەوە	Questionnaire	إستبانة
پەیوەندی	Relationship	علاقة
تیۆری ئاماری	Statistical Theory	نظرية إحصائية
تێکرا	Average	معدل
توێژ	Class	فئة
لایەنی شازەکان	Extreme	متطرفة
تەوەرەی ئاسۆیی	Horizontal Axis	محور أفقي
تەوەرەی ستوونی	Vertical Axis	محور عمودي

تەواو	Exact	تامة
تاکی	Odd	فردي
تابلۆکانی کۆنترۆلی جۆری	Quality Control Charts	لوحات السيطرة النوعية
تا دەتوانرێت کەم بێت	Minimize	أقل مايمكن
بینەرەکان	Observation	مشاهدات
بینەرە راستەقینەکان	Real Observations	مشاهدات حقيقية
بڵاوبوونەوە	Scatter	إنتشار
بزربوو	Missing	مفقودة
بژاردەی مەبەستدار	Purposive Sample	عينة عمدية
بژاردەی قۆناغە جیاجیاکان	Multi-stage Random Sample	عينة ذات مراحل متعددة
بژاردەی ڕەمەکی چینەکان	Stratified Random Sample	عينة عشوائية طبقية
بژاردەی ڕەمەکی سادە	Simple Random Sample	عينة عشوائية بسيطة
بژاردەی بەشی	Quota Sample	عينة حصصية
بژاردەی بە ڕێککەوت	Accidental Sample	عينة بالمصادفة
بژاردەکردن	Sampling	معاينة
بژاردە	Sample	عينة
بەهای مەزەندەکراو	Expected Value	قيمة مقدرة
بەهای پێوەرکاری	Standard value	قيمة معيارية
بەرزترین ڕادەی توێژ	Upper Limit of a Class	حد الأعلى للفئة
بەرزبۆوە	Increasing	تصاعدي
بەرز	Upper	أعلى
باقییەکان	Residuals	بواقي

بازنەی بەیانی	Pie Chart	دائرة بيانية
چەماوەی شكانەوە	Skew ness	إلتواء
پلەی جوڵاوی چەماوە	Kurtosis	تفلطح (تفرطح)
مەودای هێزی پاڵنەر	Moment	عزوم
زنجیرە هێڵە ڕاستی دووبارەیی	Frequency Polygon	مضلع تكراري
نیشانەكان	Parameters	معالم أو معلمات

پاشکۆی B

دەقی ئاماری

ئامازەی ئاماری	دەقی ماتماتیکی
قەبارەی بژاردە لە سەر بنچینەی نێومنج	$n = \frac{z^2\sigma^2}{e^2}$
قەبارەی بژاردە لە سەر بنچینەی ڕێژە	$n = \frac{z^2 P(1-P)}{e^2}$
مەودای هەمووەکی	$T.R = x_L - x_S + 1$
ژمارەی توێژەکان- ڕێگای یول	$m = (2.5)\sqrt[4]{n} = (2.5)n^{1/4}$
ژمارەی توێژەکان -ڕێگای سترجس	$m = 1 + (3.322)\log_{10}(n)$
درێژی توێژ	$L = \frac{T.R}{m}$
سەنتەری توێژ	$x = \frac{L.L + U.L}{2}$
دووبارەبوونە ڕێژەییەکان	$f_i^* = \frac{f_i}{n}.100$

دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوەی بەرزبۆوە	$F_1 = f_1$ $F_2 = f_1 + f_2$ $\vdots$ $F_m = f_1 + f_2 + \cdots + f_m$
دابەشکردنی دووبارەیی بەرزبۆوەی ڕێژەیی	$F_i^* = \frac{F_i}{n}.100$
دابەشکردنی دووبارەیی کۆکراوەی نزمبۆوە	$F_1' = n$ $F_2' = n - f_1$ $\vdots$ $F_m' = n - f_1 - f_2 - \cdots - f_{m-1} = f_m$
دابەشکردنی دووبارەیی نزمبۆوەی ڕێژەیی	$F_i'^* = \frac{F_i'}{n}.100$
دووبارەی تێکڕا (یەکسان نەبوونی درێژی توێژەکان)	$f_i^* = \frac{f_i}{L_i} \quad ; \quad i = 1,2,\cdots,m$
گۆشەی کەرتی بۆ بازنەی بەیانی	$\theta_i = \frac{A_i}{T} \times 360^\circ$
نێوەنجی هەژمارکردن بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$
تێکڕای کۆمەڵگا	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$
نێوەنجی هەژمارکردن بۆ داتا ڕیزکراوەکان	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} f_i}$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$	ناوەنجی هەژمارکردنی کێشکراو بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان
$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i f_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i f_i}$$	ناوەنجی هەژمارکردنی کێشکراو بۆ داتا ڕیزکراوەکان
$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$	ناوەنجی هاوکۆکی بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان
$$H = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{\sum_{i=1}^{m} \frac{f_i}{x_i}}$$	ناوەنجی هاوکۆکی بۆ داتا ڕیزکراوەکان
$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}$$	ناوەنجی دووجایی بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان
$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{m} f_i}}$$	ناوەنجی دووجایی بۆ داتا ڕیزکراوەکان
$$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{\frac{1}{n}}$$	ناوەنجی ئەندازەیی بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان -1
$$G = anti - Log_{10}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Log_{10} x_i\right)$$	ناوەنجی ئەندازەیی بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان -2

نێوەنجی ئەندازەیی بۆ داتا ڕیزکراوەکان-1	$G = \sqrt[\sum_{i=1}^{m} f_i]{\prod_{i=1}^{m} x_i^{f_i}} = \left(\prod_{i=1}^{m} x_i^{f_i}\right)^{\frac{1}{n}}$
نێوەنجی ئەندازەیی بۆ داتا ڕیزکراوەکان-2	$G = anti - \log_{10}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} f_i \log_{10} x_i\right)$
ناوەڕاست بۆ داتا ڕیزکراوەکان لە میانەی دابەشکردنی دووبارەیی بەرزبۆوە	$Me = L_i + \left[\frac{n/2 - F_i}{f_i}\right] \cdot w$
ناوەڕاست بۆ داتا ڕیزکراوەکان لە میانەی دابەشکردنی دووبارەیی نزمبۆوە	$Me = L_i + \left[\frac{F_i' - n/2}{f_i}\right] \cdot w$
مەودا بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان	$R = x_l - x_s$
مەودا بۆ داتا ڕیزکراوەکان	حساب الفرق مابين مركز الفئة العليا والدنيا هةذماركردني جياوازي لة نيَوان ستةنتةري تويَذي بةرز و نزم دا
لادانی نێوەنجی بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان	$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{n}$
لادانی نێوەنجی بۆ داتا ڕیزکراوەکان	$M.D = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{\sum_{i=1}^{m} f_i}$
لادانی چارەگی بۆ داتا نا ڕیزکراوەکان	$Q \cdot D = \frac{Q_u - Q_l}{2}$

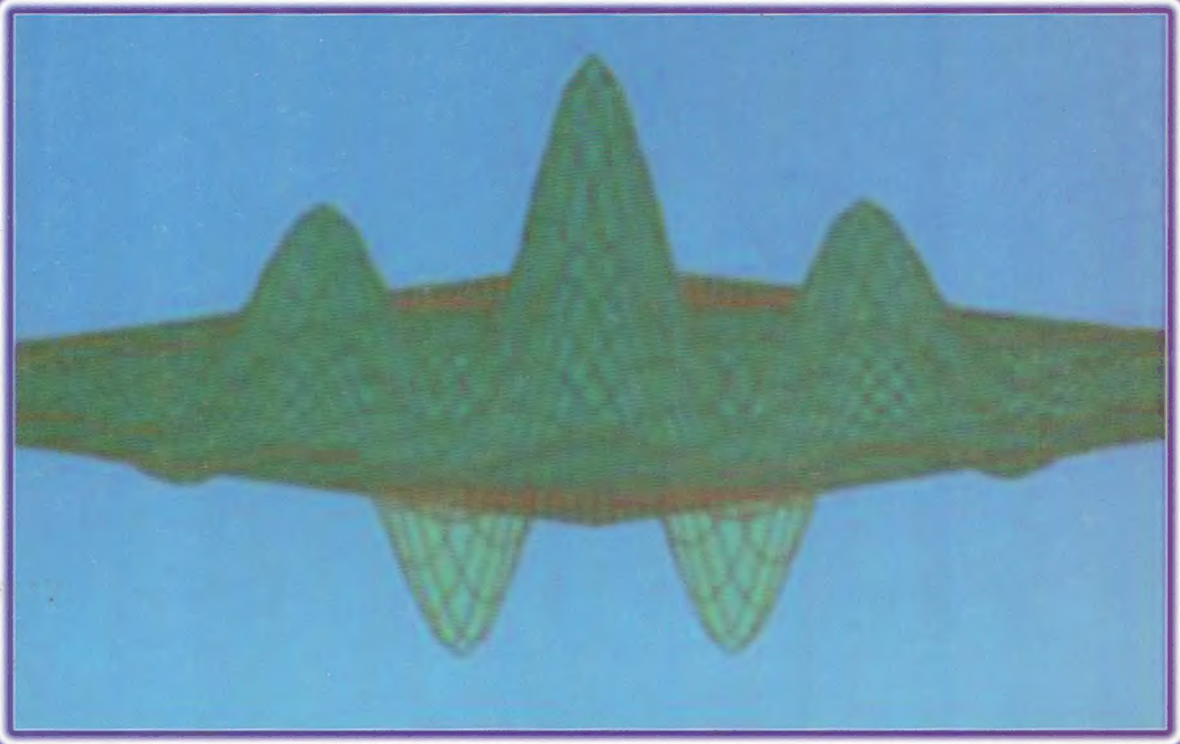
لادانی پێوەرکاری بۆ داتا نا ریزکراوەکان –1	$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$
لادانی پێوەرکاری بۆ داتا نا ریزکراوەکان –2	$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}{n}}{n-1}}$ ،
لادانی پێوەرکاری بۆ داتا نا ریزکراوەکان –3	$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}{n-1}}$
لادانی پێوەرکاری بۆ داتا ریزکراوەکان	$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{m}f_i-1}}$
جیاکاری بۆ داتا نا ریزکراوەکان	$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$
جیاکاری کۆمەڵگا	$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}{N-1}$
جیاکاری بۆ داتا ریزکراوەکان	$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{m}f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{m}f_i-1}$
هاوکۆلکەی جیاوازی	$C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}\cdot 100$

$r_{xy} = \frac{\text{cov}(x,y)}{S_x . S_y} = \frac{S_{xy}}{S_x . S_y}$	هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی هێلی سادە
$\text{cov}(x,y) = S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$	جیاکاری هاوبەش
$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}$	هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی ڕیزبەندی بۆ سپیێرمان(لە دۆخی نەبوونی دووبارە)
$r_{xy} = 1 - \frac{6 \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} d_i^2 + k\right)}{n(n^2-1)}$	هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی ڕیزبەندی بۆ سپیێرمان(لە دۆخی بوونی دووبارە)
$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13} r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}}$	هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی بەشەکی بۆ سیٚ گۆڕاو
$r_{12.34} = \frac{r_{12.3} - r_{14.3} r_{24.3}}{\sqrt{(1 - r_{14.3}^2)(1 - r_{24.3}^2)}}$	هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی بەشەکی بۆ چوار گۆڕاو
$r_{1.23} = \sqrt{\frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2 r_{12} \cdot r_{13} \cdot r_{23}}{1 - r_{23}^2}}$	هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی جۆراوجۆر بۆ سیٚ گۆڕاو -1
$r_{1.23} = \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)}$	هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی جۆراوجۆر بۆ سیٚ گۆڕاو-2
$r_{1.234} = \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)(1 - r_{14.23}^2)}$	هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی جۆراوجۆر بۆ چوار گۆڕاو
$r_{1.234}$ $= \sqrt{1 - (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)(1 - r_{14.23}^2) \cdots (1 - r_{1k.23...k-1}^2)}$	هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی جۆراوجۆر بۆ k لە گۆڕاوەکان

$$C=\sqrt{\frac{r-1}{r}}$$	هاوکۆلکەی هاوکۆك
$$C.A_2=\frac{f_{11}\cdot f_{22}-f_{12}\cdot f_{21}}{f_{11}\cdot f_{22}+f_{12}\cdot f_{21}}$$	هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون لە دوخی دوو ئاست
$$C.A_G=\frac{\sum_{i=1}^{m} f'_{ij}+\sum_{j=1}^{k} f''_{ij}-T'_{.i}-T'_{j.}}{2n-\left(T'_{.i}+T'_{j.}\right)}$$	هاوکۆلکەی لێکنزیکبوون لە دوخی دوو ئاست یان زیاتر
$$\hat{y}_i=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1 x_i$$	مۆدێلی لارییوونی هێڵی سادە
$$\hat{\beta}_1=\frac{S_{xy}}{S_x^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i y_i-n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$$	هاوکۆلکەی لارییوونی هێڵی سادە
$$\hat{\beta}_0=\bar{y}-\hat{\beta}_1\bar{x}$$	خاڵی یەکتربڕینی هێڵی لارییوون لەگەڵ تەوەرەی ستوونی
$$e_i=y_i-\hat{y}_i$$	باقییەکان
$$\hat{\beta}_1=\frac{S_y}{S_x}\cdot r_{xy}$$	پەیوەندی نێوان هاوکۆلکەی لارییوون $\hat{\beta}_1$ و هاوکۆلکەی پێکەوەلکانی سادە
$$R^2=\left(r_{xy}\right)^2$$	هاوکۆلکەی دیاریکردن −1

$R^2 = 1 - \dfrac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$	هاوكۆلكەی دیاریكردن −2
$R^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$	هاوكۆلكەی دیاریكردن−3
$S_{y/x} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-2}}$	هەڵەی پێوەركاری
$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2}$	مۆدێلی لارییوونی جۆراوجۆر كە دوو گۆڕاوی سەربەخۆی هەبێت
$\hat{\beta}_1 = \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)^2}$	هاوكۆلكەی لارییوون بۆ x_1
$\hat{\beta}_2 = \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} Y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} X_{i2}^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1} X_{i2}\right)^2}$	هاوكۆلكەی لارییوون بۆ x_2
$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{x}_2$	خاڵی یەكتربڕینی ئاستی لارییوون لەگەڵ تەوەرەی ستوونی
$R^2_{y.x_1x_2} = \left(r_{y.x_1x_2}\right)^2$	هاوكۆلكەی دیاریكردنی لارییوونی هێڵی جۆراوجۆر (دوو گۆڕاو) −1

$$R^2_{y.x_1x_2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2}$$	هاوکۆلکەی دیاریکردنی لاریبوونی هێڵی جۆراوجۆر(دوو گۆڕاو) -2
$$R^2_{y.x_1x_2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2}$$	هاوکۆلکەی دیاریکردنی لاریبوونی هێڵی جۆراوجۆر(دوو گۆڕاو) -3
$$R^2_{y.x_1x_2} = \frac{\hat{\beta}_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{i1} Y_i + \hat{\beta}_2 \cdot \sum_{i=1}^{n} X_{i2} Y_i}{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2}$$	هاوکۆلکەی دیاریکردنی لاریبوونی هێڵی جۆراوجۆر(دوو گۆڕاو) -4
$$S_{y/x_1x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-3}}$$	هەڵەی پێوەرکاری بۆ لاریبوونی جۆراوجۆر(دوو گۆڕاو)



ELEMENTARY STATISTICS

BY

A.P.Dr. Taha H. A.

And

Dr. Sardar O. K.

Tafseer Office

Mobile : +964 750 818 08 65

www.al-tafseer.com

2015